Aufgaben AH S.194 – 1.1-1.11 Lösungsvorschlag

S. 194

		Burj Khalifa	Empire State Building	Prime Tower	World Financial Center
	Höhe	828 m	443 m	126 m	492 m
1.1	$\text{Fallzeit}_{\text{Erde}}$	$12.99\,\text{s}$	$9.50\,\text{s}$	$5.07\,\text{s}$	$10.02\,\text{s}$
	$\text{Fallzeit}_{\text{Mond}}$	$31.83\,\text{s}$	$23.28\,\text{s}$	$12.41\,\text{s}$	$24.53\,\text{s}$
	$\dfrac{\text{Fallzeit}_{\text{Mond}}}{\text{Fallzeit}_{\text{Erde}}}$	2.45	2.45	2.45	2.45

a) Formel: $s = \frac{1}{2} \cdot 9.81 \cdot t^2$ $\quad s = \text{Weg in m} \quad t = \text{Fallzeit in } s^2 \quad 9.81 = \text{Erdbeschleunigung in } \frac{m}{s^2}$

umformen nach t: $t = \sqrt{\frac{2s}{9.81}}$ Höhen einsetzen

b) $\text{Mondbeschleunigung} = \frac{9.81\text{m}}{6\,\text{s}^2} = 1.635\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ $\quad t = \sqrt{\frac{2s}{1.635}}$ Höhen einsetzen

c) $\text{Faktor} = \frac{\text{Fallzeit}_{\text{Mond}}}{\text{Fallzeit}_{\text{Erde}}}$ Zeiten einsetzen

Erklärung: $\text{Faktor} = \frac{\sqrt{\frac{\frac{2s}{9.81}}{6}}}{\sqrt{\frac{2s}{9.81}}} = \frac{\sqrt{\frac{2s \cdot 6}{9.81}}}{\sqrt{\frac{2s}{9.81}}} = \sqrt{\frac{\cancel{2s} \cdot 6}{\cancel{9.81}} \cdot \frac{\cancel{9.81}}{\cancel{2s}}} = \sqrt{6} \approx 2.45$

Der Faktor ist nicht 6, sondern die $\sqrt{\ }$ von 6.

S. 195

1.2 a) $d = \dfrac{m}{V} \xrightarrow{\text{umformen}} m = d \cdot V$

$V = \dfrac{m}{d}$

	Gold	Silber	Eisen	Wasser	Salz	Glas	Luft
Volumen	$0.012\,cm^3$	$0.012\,cm^3$	$1'000\,cm^3$	$750\,ml$	$462.96\,g$	$1'000\,g$	$1\,m^3$
Masse	$0.232\,g$	$0.126\,g$	$7'870\,g$	$750\,g$	$1'000\,g$	$2.4\,kg$	$1'290\,g$
Dichte	$19.33\,\dfrac{g}{cm^3}$	$10.5\,\dfrac{g}{cm^3}$	$7.87\,\dfrac{g}{cm^3}$	$\dfrac{g}{cm^3}$	$2.16\,\dfrac{g}{cm^3}$	$2.4\,\dfrac{g}{cm^3}$	$0.00129\,\dfrac{g}{cm^3}$

1.2 b) Merke wir uns: $\dfrac{g}{cm^3} = \dfrac{kg}{dm^3} = \dfrac{t}{m^3}$

Die gegebenen Zahlen in die Formeln der Aufgabe 1.2a) einsetzen und berechnen.
Aufpassen bei den Einheiten! In g und cm^2 umwandeln!

1.2 c) $m = (800\,cm \cdot 250\,cm \cdot 1100\,cm) \cdot 0.00129\,\dfrac{g}{cm^3} = 283'800\,g = 283.8\,kg$

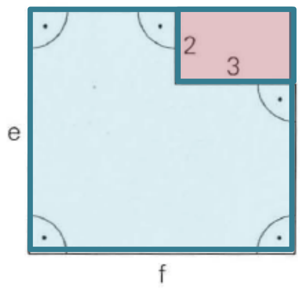
Ganz schön schwer...

S. 195

1.3 a) $A = e \cdot f - 3 \cdot 2$ Es gibt auch andere Flächenformeln, die nach Vereinfachung aber

$A = e \cdot f - 6$ auf die angegebene Formel führen.

1.3 b) $e = \dfrac{A+6}{f}$ bzw. $f = \dfrac{A+6}{e}$



S. 195

1.4 a) Formel: $4 \cdot P + 3 \cdot A = 660$ P: Pulsschläge pro Minute A: Alter in Jahren

Idealer Puls bei 35 J: $P = \frac{660 - 3 \cdot A}{4} \approx 139 \frac{S}{min}$

$140 \frac{S}{min} - 139 \frac{S}{min} = 1 \frac{S}{min}$ weicht der Puls etwa ab

1.4 b) Idealer Puls bei 24 J: $P = \frac{660 - 3 \cdot A}{4} = 147 \frac{S}{min}$

Idealer Puls bei 32 J: $P = \frac{660 - 3 \cdot A}{4} = 141 \frac{S}{min}$

Idealer Puls bei 36 J: $P = \frac{660 - 3 \cdot A}{4} = 138 \frac{S}{min}$

Idealer Puls bei 48 J: $P = \frac{660 - 3 \cdot A}{4} = 129 \frac{S}{min}$

Idealer Puls bei 15 J: $P = \frac{660 - 3 \cdot A}{4} \approx 154 \frac{S}{min}$

Idealer Puls bei 16 J: $P = \frac{660 - 3 \cdot A}{4} = 153 \frac{S}{min}$

Idealer Puls bei 54 J: $P = \frac{660 - 3 \cdot A}{4} \approx 125 \frac{S}{min}$

$x = \text{Alter in J}$

$y = \text{Puls in } \frac{S}{min} \xrightarrow{\text{als Funktion}} y = \frac{660 - 3x}{4} = \frac{-3x + 660}{4} = -\frac{3}{4}x + 165$

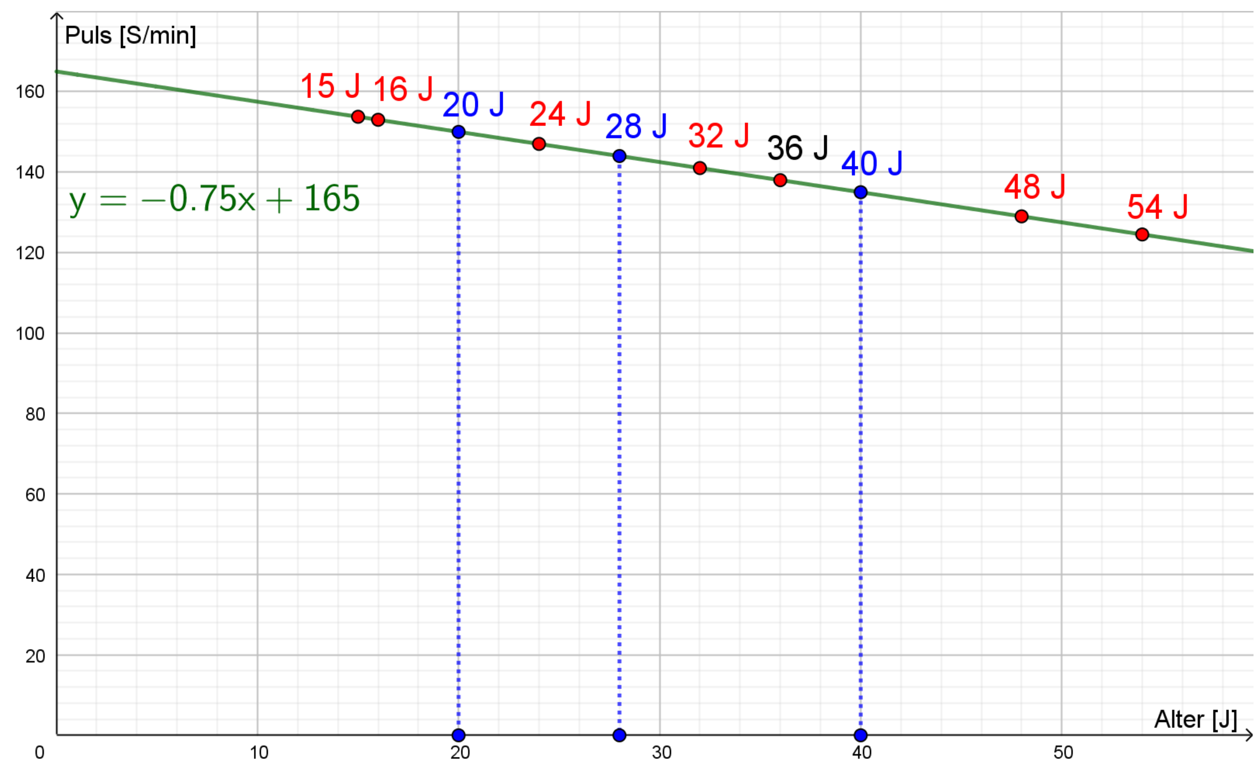
Das ist eine lineare Funktion mit der Steigung $-\frac{3}{4}$ und dem y-Achsenabschnitt 165.

Daher müssen alle Punkte auf der Geraden liegen.

1.4 c) Formel umformen: $A = \frac{660 - 4 \cdot P}{3} \xrightarrow{\text{einsetzen}} A_{150} = 20\,\text{Jahre}$

$A_{144} = 28\,\text{Jahre}$

$A_{135} = 40\,\text{Jahre}$



Die roten Punkte gehören zur Aufgabe b.

Die blauen Punkte gehören zur Aufgabe c.

S. 199

1.8 a)

$$\begin{aligned}
ax-b &= cx && \mid -cx && \text{alle Terme mit x auf eine Seite, der Rest auf die andere}\\
ax-cx-b &= 0 && \mid +b\\
ax-cx &= b && \mid \text{ausklammern}\\
x(a-c) &= b && \mid :(a-c) && \text{isolieren}\\
x &= \frac{b}{(a-c)}\left(\text{oder} -\frac{b}{(c-a)}\right)
\end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned}
8y-4p &= 2(p-y) && \mid \text{TU}\\
8y-4p &= 2p-2y && \mid +2y\\
8y+2y-4p &= 2p && \mid +4p\\
10y &= 6p && \mid :10\\
y &= \frac{6}{10}p = \frac{3}{5}p = 0.6p
\end{aligned}$$

c)

$$\begin{aligned}
5y-7n &= n(4-y) && \mid \text{TU}\\
5y-7n &= 4n-ny && \mid +ny\\
5y+ny-7n &= 4n && \mid +7n\\
5y+ny &= 11n && \mid \text{ausklammern}\\
y(5+n) &= 11n && \mid :(5+n)\\
y &= \frac{11n}{5+n}\left(\text{oder}\,\frac{-11n}{-5-n}\right)
\end{aligned}$$

d)

$$\begin{aligned}
x(m-6) &= 5m-(16x-xm) && \mid \text{TU}\\
mx-6x &= 5m-16x+mx && \mid \text{Terme trennen}\\
mx-6x-mx+16x &= 5m && \mid \text{TU}\\
10x &= 5m && \mid :10\\
x &= \frac{5}{10}m = \frac{1}{2}m = 0.5m
\end{aligned}$$

e)

$$\begin{aligned}
a(a-y)+b &= a^2+b(2-y) && \mid \text{TU}\\
a^2-ay+b &= a^2+2b-by && \mid \text{Terme trennen}\\
-ay+by &= a^2-a^2+2b-b && \mid \text{TU}\\
by-ay &= b && \mid \text{ausklammern}\\
y(b-a) &= b && \mid :(b-a)\\
y &= \frac{b}{b-a}\left(\text{oder}\ -\frac{b}{(a-b)}\right)
\end{aligned}$$

S. 199

1.8 f)

$$\begin{aligned}
2x(c-9) &= 3c-(36-6x) && |\text{TU}\\
2cx-18x &= 3c-36+6x && |\text{Terme trennen}\\
2cx-18x-6x &= 3c-36 && |\text{TU}\\
2cx-24x &= 3c-36 && |\text{ausklammern}\\
2x(c-12) &= 3(c-12) && |:(c-12)\\
2x &= \frac{3\cancel{(c-12)}}{\cancel{(c-12)}} && |:2\\
x &= \frac{3}{2}=1.5
\end{aligned}$$

S. 199

1.9 a)

$$\begin{aligned}
d &= k\cdot\frac{hx}{r^2} && |\cdot r^2,\ :(h\cdot k) && \text{Seitentausch}-\text{Stockwerktausch}\\
\frac{d\cdot r^2}{h\cdot k} &= x
\end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned}
\frac{e}{x} &= \frac{f}{g} && \text{Seitentausch}-\text{Stockwerktausch}\\
\frac{e\cdot g}{f} &= x
\end{aligned}$$

c)

$$\begin{aligned}
\frac{ax-a}{b} &= x-\frac{b}{a} && |\text{HN}=ab\\
a(ax-a) &= abx-b^2 && |\text{TU}\\
a^2x-a^2 &= abx-b^2 && |\text{Terme trennen}\\
b^2-a^2 &= abx-a^2x && |\text{ausklammern}\\
b^2-a^2 &= ax(b-a) && |:(b-a)\\
\frac{\cancel{(b-a)}(b+a)}{\cancel{(b-a)}} &= ax && |:a\\
\frac{(b+a)}{a} &= x
\end{aligned}$$

d)

$$\begin{aligned}
\frac{y}{c}+\frac{c}{d} &= \frac{d}{c}-\frac{y}{d} && |\text{HN}=cd\\
dy+c^2 &= d^2-cy && |\text{Terme trennen}\\
dy+cy &= d^2-c^2 && |\text{ausklammern}\\
y(d+c) &= (d-c)(d+c) && |:(d+c)\\
y &= \frac{(d-c)\cancel{(d+c)}}{\cancel{(d+c)}}=d-c
\end{aligned}$$

S. 199

1.9 f)

$$
\begin{aligned}
y-\frac{a}{b} &= \frac{b-ay}{a} && |\, HN=ab \\
aby-a^2 &= b(b-ay) && |\, TU \\
aby-a^2 &= b^2-aby && |\, \text{Terme trennen} \\
aby+aby &= b^2+a^2 && |\, TU \\
2aby &= b^2+a^2 && |\, :2ab \\
y &= \frac{b^2+a^2}{ab}
\end{aligned}
$$

S. 200

1.11

a) $\frac{F_1}{F_2}=\frac{A_1}{A_2}$ $\quad F_2=\frac{F_1\cdot A_2}{A_1}$

b) $E=\frac{mv^2}{2}$ $\quad m=\frac{2\cdot E}{v^2}$

c) $T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ $\quad l=\left(\frac{T}{2\pi}\right)^2\cdot g$ oder $\frac{T^2\cdot g}{4\pi^2}$ $\quad$ quadrieren $\rightarrow$ Wurzel verschwindet

d) $F=9.81\frac{m_1\cdot m_2}{r^2}$ $\quad m_1=\frac{F\cdot r^2}{9.81\cdot m_2}$

e)

$$
\begin{aligned}
\frac{1}{R_{tot}} &= \frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2} && |\, HN=R_1\cdot R_2\cdot R_{tot} \\
R_1\cdot R_2 &= R_2\cdot R_{tot}+R_1\cdot R_{tot} \\
R_1\cdot R_2-R_1\cdot R_{tot} &= R_2\cdot R_{tot} && |\, \text{ausklammern} \\
R_1(R_2-R_{tot}) &= R_2\cdot R_{tot} && |\, :(R_2-R_{tot}) \\
R_2 &= \frac{R_2\cdot R_{tot}}{(R_2-R_{tot})}
\end{aligned}
$$

f)

$$
\begin{aligned}
\frac{1}{f} &= \frac{1}{b}+\frac{1}{g} && |\, HN=bfg \\
bg &= fg+bf && |\, \text{ausklammern} \\
bg &= f(b+g) && |\, :(b+g) \\
\frac{bg}{b+g} &= f
\end{aligned}
$$

S. 201

2.2 a) $(x-6)(x+6) \quad =0$ Was muss man für x einsetzen, damit die Faktoren = 0 werden?

$x_1 = 6 \qquad x_2 = -6$

b) $(y-2)(y+3) \quad =0$

$y_1 = 2 \qquad y_2 = -3$

c) $x(x+6) \quad =0$

$x_1 = 0 \qquad x_2 = -6$

d) $3y(y-25) \quad =0 \qquad |:3$

$y(y-25) \quad =0$

$y_1 = 0 \qquad x_2 = 25$

e) $7x(9x+3) \quad =0 \qquad |:7$

$x(9x+3) \quad =0$

$x_1 = 0$

$9x+3=0 \qquad |-3$ Jeden Faktor gleich null setzen.

$9x \quad =-3 \qquad |:9$

$x_2 = -\frac{1}{3}$

f) $(6+54y)(5y-35) \quad =0$

$6+54y \quad =0 \qquad |-6$ Faktor 1 gleich null setzen ergibt die erste Lösung

$54y \quad =-6 \qquad |:54$

$y_1 = -\frac{1}{9}$

$5y-35 \quad =0 \qquad |+35$ Faktor 2 gleich null setzen ergibt die zweite Lösung

$5y \quad =35 \qquad |:5$

$y_2 = 7$

S. 201

2.3 a) $x^2+12x+36 \quad =0 \qquad |\text{faktorisieren durch ausprobieren, 1. Binom}$

$(x+6)(x+6) \quad =0$

$x_1 = x_2 = -6$

b) $y^2-11y+24 \quad =0 \qquad |\text{faktorisieren durch ausprobieren}$

$(y-8)(y-3) \quad =0$

$y_1 = 8 \quad y_2 = 3$

S. 201

2.3 c) $x^2 - 14x = -49 \quad | +49$

$x^2 - 14x + 49 = 0$

$(x-7)(x-7) = 0$

$x_1 = x_2 = 7$

d) $35 - 2y = y^2 \quad |$ alles auf eine Seite

$0 = y^2 + 2y - 35$

$0 = (y+7)(y-5)$

$y_1 = -7 \quad y_2 = 5$

e) $169 = x^2 \quad |$ alles auf eine Seite

$196 - x^2 = 0$

$(14-x)(14+x) = 0$

$x_1 = 14 \quad x_2 = -14$

f) $16 = 10y - y^2 \quad |$ alles auf eine Seite, y^2 nicht negativ werden lassen

$y^2 - 10y + 16 = 0$

$(y-8)(y-2) = 0$

$y_1 = 8 \quad y_2 = 2$

S. 201

2.4 a) $4y^2 - 36 = 0 \quad |$ ausklammern

$4(y^2 - 9) = 0 \quad | :4$

$(y-3)(y+3) = 0$

$y_1 = 3 \quad y_2 = -3$

b) $2x^2 - 4x + 2 = 0 \quad |$ ausklammern

$2(x^2 - 2x + 1) = 0 \quad | :2$

$(x^2 - 2x + 1) = 0$

$(x-1)(x-1) = 0$

$x_1 = x_2 = 1$

S. 201

2.4 c) $\left(2x+\frac{2}{3}\right)\left(\frac{1}{4}-2x\right)=0$ 1. Faktor gleich null setzen

$$\begin{aligned}
2x+\frac{2}{3} &= 0 && |\,HN=3\\
6x+2 &= 0 && |-2\\
6x &= -2 && |:6\\
x_1 &= -\frac{1}{3}
\end{aligned}$$

2. Faktor gleich null setzen

$$\begin{aligned}
\frac{1}{4}-2x &= 0 && |\,HN=4\\
1-8x &= 0 && |+8x\\
1 &= 8x && |:8\\
x_2 &= \frac{1}{8}
\end{aligned}$$

d)

$$\begin{aligned}
y^2-2y &= 15\\
y^2-2y-15 &= 0\\
(y-5)(y+3) &= 0
\end{aligned}$$

$y_1=5 \quad y_2=-3$

e)

$$\begin{aligned}
x^2+3(x-4) &= 3x-11 && |\,TU\\
x^2+3x-12 &= 3x-11\\
x^2-1 &= 0\\
(x-1)(x+1) &= 0
\end{aligned}$$

$x_1=1 \qquad x^2=-1$

f)

$$\begin{aligned}
1.6y^2+12y &= 0 && |\,\text{ausklammern}\\
1.6y(y+7.5) &= 0 && |:1.6\\
y(y+7.5) &= 0
\end{aligned}$$

$y_1=0 \quad y_2=-7.5$

g_1)

$$\begin{aligned}
1.44x^2 &= 2.56\\
1.44x^2-2.56 &= 0 && |\,\text{ausklammern}\\
1.44\left(x^2-\frac{16}{9}\right) &= 0 && |:1.44 \quad \text{andere Vorgehensweisen möglich}\\
\left(x^2-\frac{16}{9}\right) &= 0\\
\left(x-\frac{4}{3}\right)\left(x+\frac{4}{3}\right) &= 0
\end{aligned}$$

$x_1=\frac{4}{3} \qquad x_2=-\frac{4}{3}$

S. 201

2.4

$$
\begin{aligned}
g_2)\quad 1.44x^2 &= 2.56 \\
1.44x^2 - 2.56 &= 0 \\
(1.2x - 1.6)(1.2x + 1.6) &= 0 \\
1.2x - 1.6 &= 0 && \text{1. Faktor gleich null setzen} \\
1.2x &= 1.6 \\
x_1 &= \frac{1.6}{1.2} \approx 1.33 \\
1.2x + 1.6 &= 0 && \text{2. Faktor gleich null setzen} \\
1.2x &= -1.6 \\
x_2 &= -\frac{1.6}{1.2} \approx -1.33
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
h)\quad 6.25y^2 - 15y + 9 &= 0 && |\,\text{ausklammern} \\
6.25\left(y^2 - 2.4y + 1.44\right) &= 0 && |\,:6.25 \\
y^2 - 2.4y + 1.44 &= 0 \\
(y - 1.2)(y - 1.2) &= 0 \\
y_1 = y_2 = 1.2
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
i)\quad 2x^2 + 11x &= -5 \\
2x^2 + 11x + 5 &= 0 && |\,\text{ausklammern} \\
2\left(x^2 + 5.5x + 2.5\right) &= 0 && |\,:2 \\
x^2 + 5.5x + 2.5 &= 0 \\
(x + 5)(x + 0.5) &= 0 \\
x_1 = -5 \qquad x_2 = -0.5
\end{aligned}
$$