

6a Wiederholung und Vertiefung – Terme und Gleichungen

Seiten 169&170 - Nr. 2.1

a) Gesamtpunktzahl = $2 \cdot A + 5 \cdot P + 3 \cdot F$
(Gewichtung wie bei Schulnotenaufgaben)

b) Bike X: Gesamtpunktzahl = $2 \cdot A + 5 \cdot P + 3 \cdot F = 2 \cdot 3 + 5 \cdot 7 + 3 \cdot 9 = 68$ Punkte

Bike Y: Gesamtpunktzahl = $2 \cdot A + 5 \cdot P + 3 \cdot F = 2 \cdot 6 + 5 \cdot 4 + 3 \cdot 8 = 56$ Punkte

Bike Z: Gesamtpunktzahl = $2 \cdot A + 5 \cdot P + 3 \cdot F = 2 \cdot 9 + 5 \cdot 8 + 3 \cdot 6 = 76$ Punkte

c) einfache Gleichung

$$\begin{array}{rcl} 2 \cdot A + 5 \cdot 5 + 3 \cdot 7 & = & 62 \quad | \text{ TU} \\ 2 \cdot A + 25 + 21 & = & 62 \quad | \text{ TU} \\ 2A + 46 & = & 62 \quad | -46 \\ 2A & = & 16 \quad | :2 \\ A & = & 8 \end{array}$$

Das Bike hat für die Akku-Leistung 8 Punkte erhalten.

d) $\text{Note} = \frac{2 \cdot A + 5 \cdot P + 3 \cdot F}{100} \cdot 5 + 1$ (vergleiche die Berechnung einer Prüfungsnote)

Bike X: $\text{Note} = \frac{\text{Gesamtpunktzahl}}{\text{totale Punktzahl}} \cdot 5 + 1 = \frac{68 \text{ Punkte}}{100 \text{ Punkte}} \cdot 5 + 1 = 4.4$

Bike Y: $\text{Note} = \frac{\text{Gesamtpunktzahl}}{\text{totale Punktzahl}} \cdot 5 + 1 = \frac{56 \text{ Punkte}}{100 \text{ Punkte}} \cdot 5 + 1 = 3.8$

Bike Z: $\text{Note} = \frac{\text{Gesamtpunktzahl}}{\text{totale Punktzahl}} \cdot 5 + 1 = \frac{76 \text{ Punkte}}{100 \text{ Punkte}} \cdot 5 + 1 = 4.8$

e) $4 = \frac{2 \cdot 5 + 5 \cdot 7 + 3 \cdot F}{100} \cdot 5 + 1 \quad | \text{ HN} = 100$

$$\begin{array}{rcl} 400 & = & (2 \cdot 5 + 5 \cdot 7 + 3 \cdot F) \cdot 5 + 100 \quad | \text{ TU} \\ 400 & = & (10 + 35 + 3F) \cdot 5 + 100 \quad | \text{ TU} \\ 400 & = & (45 + 3F) \cdot 5 + 100 \quad | \text{ TU} \\ 400 & = & 225 + 15F + 100 \quad | \text{ TU} \\ 400 & = & 325 + 15F \quad | -325 \\ 75 & = & 15F \quad | :15 \\ 5 & = & F \end{array}$$

Das Bike hat 5 Punkte für die Fertigungsqualität erhalten.

Man könnte 5 und 100 kürzen, was den HN = 20 ergeben würde. Die Rechnung wäre etwas kürzer.

Seite 170 - Nr. 2.2

a) $Länge_{\min} = 12 \cdot 4.3 \text{ m} + 11 \cdot 1.2 \text{ m} = 64.8 \text{ m}$ (Es hat ein Lücke weniger als Autos!)

b) $Länge_{\min} = n \cdot 4.3 + (n-1) \cdot 1.2$
 $= 4.3n + 1.2n - 1.2$
 $= 5.5n - 1.2$

$Länge_{\min} = 5.5 \cdot 15 - 1.2 = 81.3 \text{ m}$ lang ist die minimale Länge des Parkfeldes

Seite 170 - Nr. 2.3

$a = -6$ $b = 3$

$$\begin{aligned} -a + 3b &= -(-6) + 3 \cdot 3 = 6 + 9 = 15 \\ a^2 - b &= (-6)^2 - 3 = 36 - 3 = 33 \\ a^3 b^2 &= (-6)^3 \cdot 3^2 = (-216) \cdot 9 = -1'944 \\ (a:b)^2 &= ((-6):3)^2 = (-2)^2 = 4 \\ a \cdot (-b):2 &= (-6) \cdot (-3):2 = 18:2 = 9 \end{aligned}$$

$a = 6$ $b = \frac{1}{3}$

$$\begin{aligned} -a + 3b &= (-6) + 3 \cdot \frac{1}{3} = -6 + 1 = -5 \\ a^2 - b &= 6^2 - \frac{1}{3} = 36 - \frac{1}{3} = 35\frac{2}{3} \\ a^3 b^2 &= 6^3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 = 216 \cdot \frac{1}{9} = 24 \\ (a:b)^2 &= \left(6:\frac{1}{3}\right)^2 = 18^2 = 324 \\ a \cdot (-b):2 &= 6 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right):2 = (-2):2 = -1 \end{aligned}$$

a) $5e + (7e - 3f) - (4b - 2f)$ **Minus vor einer Klammer → Klammer weg und Zeichenwechsel!**
 $= 5e + 7e - 3f - 4b + 2f$ **Nur exakt gleiche Buchstabenterme addieren/subtrahieren. Bilder!**
 $= -4b + 12e - f$

b) $-8m - 6n - [6n - (m + n) - (9m - 7n)]$
 $= -8m - 6n - [6n - m - n - 9m + 7n]$
 $= -8m - 6n - (12n - 10m)$
 $= -8m - 6n - 12n + 10m$
 $= 2m - 18n$

c) $6(3a + b) - 2(a - 3b) - a$ **Distributivgesetz mit negativem Faktor**
 $= 18a + 6b - 2a + 6b - a$ **→ Klammer weg und Zeichenwechsel!**
 $= 15a + 12b$

d) $(x - y)^2 - [(x - y) \cdot 2 - (x + y)(x - y)]$ **Binome – Punkt vor Strich**
 $= x^2 - 2xy + y^2 - [2x - 2y - (x^2 - y^2)]$
 $= x^2 - 2xy + y^2 - [2x - 2y - x^2 + y^2]$
 $= x^2 - 2xy + y^2 - 2x + 2y + x^2 - y^2$
 $= x^2 - 2x - 2xy + 2y$

e) $(a - 3)(2a + 5)$ **Jedes mit jedem!**
 $= 2a^2 + 5a - 6a - 15$
 $= 2a^2 - a - 15$

f) $3(c + d)^2 - (2c - 3)^2$ **Binome – Minus vor der Klammer**
 $= 3(c^2 + 2cd + d^2) - (4c^2 - 12c + 9)$
 $= 3c^2 + 6cd + 3d^2 - 4c^2 + 12c - 9$
 $= -c^2 + 12c + 6cd + 3d^2 - 9$

g) $(a - b)(a + b) + 2(a + 2b)^2$ **Binome!**
 $= a^2 - b^2 + 2(a^2 + 4ab + 4b^2)$
 $= a^2 - b^2 + 2a^2 + 8ab + 8b^2$
 $= 3a^2 + 8ab + 7b^2$

$$a) \frac{6d+8e}{4e+3d} = \frac{2(\cancel{3d+4e})}{\cancel{3d+4e}} = 2 \quad \text{Faktorisieren und kürzen}$$

$$b) \frac{a}{a^2-2a} = \frac{\cancel{a}}{\cancel{a}(a-2)} = \frac{1}{a-2} \quad \text{Faktorisieren!}$$

$$c) \frac{5x-5y}{x^2-2xy+y^2} = \frac{5(\cancel{x-y})}{(x-y)^2} = \frac{5}{x-y} \quad \text{Faktorisieren und kürzen}$$

$$d) \frac{3+12b}{48b^2-3} = \frac{\cancel{3}(1+4b)}{\cancel{3}(16b^2-1)} = \frac{\cancel{4b+1}}{(\cancel{4b+1})(4b-1)} = \frac{1}{4b-1} \quad \text{Binome}$$

$$e) \frac{e+3}{6} + \frac{-2e+1}{4} = \frac{2(e+3)+3(-2e+1)}{12}$$

$$= \frac{2e+6-6e+3}{12} = \frac{-4e+9}{12} \quad \text{Brüche addieren/subtrahieren} \rightarrow \text{HN machen}$$

$$f) \frac{a+2}{9} - \frac{3a+1}{6} = \frac{2(a+2)-3(3a+1)}{18}$$

$$= \frac{2a+4-9a-3}{18} = \frac{-7a+1}{18} \quad \text{Brüche addieren/subtrahieren} \rightarrow \text{HN machen}$$

$$g) \frac{y+2}{y^2+2y} - \frac{y+2}{y^2+4y+4} = \frac{\cancel{y+2}}{y(\cancel{y+2})} - \frac{\cancel{y+2}}{(y+2)^2}$$

$$= \frac{1}{y} - \frac{1}{y+2} = \frac{y+2-y}{y(y+2)} = \frac{2}{y(y+2)}$$

$$h) \frac{d-3}{d^2-5d+6} + \frac{d}{d^2-2d} = \frac{\cancel{d-3}}{(\cancel{d-3})(d-2)} + \frac{\cancel{d}}{\cancel{d}(d-2)}$$

$$= \frac{1}{d-2} + \frac{1}{d-2} = \frac{2}{d-2}$$

$$i) \frac{x^2-x-30}{x^2+10x+25} + 1 = \frac{(x-6)(\cancel{x+5})}{(x+5)^2} + 1$$

$$= \frac{x-6+x+5}{x+5} = \frac{2x-1}{x+5}$$

$$k) \frac{7a+9b}{7} - \frac{5b-7a}{2} - a = \frac{2(7a+9b) - 7(5b-7a) - 14a}{14}$$

$$= \frac{14a+18b-35b+49a-14a}{14} = \frac{49a-17b}{14}$$

$$l) \quad \frac{2b}{2b-12} \cdot \frac{b^2-6b}{6} = \frac{\cancel{2}b}{\cancel{2}(b-6)} \cdot \frac{b(\cancel{b-6})}{6} = \frac{b^2}{6}$$

Faktorisieren und kürzen!

$$m) \quad \frac{b^2-49}{a+c} : \frac{2b+14}{a^2+ac} = \frac{b^2-49}{a+c} \cdot \frac{a^2+ac}{2b+14}$$

$$= \frac{(\cancel{b+7})(b-7)}{a+c} \cdot \frac{a(\cancel{a+c})}{2(\cancel{b+7})} = \frac{a(b-7)}{2}$$

Brüche dividieren

→ 2. Bruch auf den Kopf stellen und multiplizieren

Seite 171 - Nr. 2.6

$$a) \quad \begin{array}{rcl} 9-3x & = 2(x+6) & | \text{ TU} \\ 9-3x & = 2x+12 & | +3x \\ 9 & = 5x+12 & | -12 \\ -3 & = 5x & | :5 \\ \frac{-3}{5} & = x & \end{array}$$

Auf welcher Seite sind mehr x?

$$b) \quad \begin{array}{rcl} 5-3(4x+1) & = 2x-(16+5x) & | \text{ TU} \\ 5-12x-3 & = 2x-16-5x & | \text{ TU} \\ 2-12x & = -3x-16 & | +12x \\ 2 & = 9x-16 & | +16 \\ 18 & = 9x & | :9 \\ 2 & = x & \end{array}$$

$$c) \quad \begin{array}{rcl} 12x+4(2-x) & = -13x-1 & | \text{ TU} \\ 12x+8-4x & = -13x-1 & | \text{ TU} \\ 8x+8 & = -13x-1 & | +13x \\ 21x+8 & = -1 & | -8 \\ 21x & = -9 & | :21 \\ x & = -\frac{9}{21} = -\frac{3}{7} & \end{array}$$

$$d) \quad \begin{array}{rcl} \frac{4}{3}-x & = \frac{8}{7} & | \text{ HN}=21 \\ 28-21x & = 24 & | +21x \\ 28 & = 24+21x & | -24 \\ 4 & = 21x & | :21 \\ \frac{4}{21} & = x & \end{array}$$

Zahl ohne Nenner hat den Nenner 1!

$$\begin{array}{lcl}
 \text{e)} & \frac{11+2x}{5} = \frac{1-x}{4} & | \text{HN}=20 \\
 & 4(11+2x) = 5(1-x) & | \text{TU} \\
 & 44+8x = 5-5x & | +5x \\
 & 44+13x = 5 & | -44 \\
 & 13x = -39 & | :13 \\
 & x = -3 &
 \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl}
 \text{f)} & x - \frac{2x-6}{3} = \frac{x}{5} + 2 & | \text{HN}=15 \quad \text{Zahl ohne Nenner hat Nenner 1!} \\
 & 15x - 5(2x-6) = 3x + 30 & | \text{TU} \\
 & 15x - 10x + 30 = 3x + 30 & | \text{TU} \\
 & 5x + 30 = 3x + 30 & | -3x \\
 & 2x + 30 = 30 & | -30 \\
 & 2x = 0 & | :2 \\
 & x = 0 &
 \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl}
 \text{g)} & 4\left(\frac{1}{3} - \frac{7x}{8}\right) = 2 + \frac{9x-11}{12} & | \text{TU} \quad \text{Zähler mal Zähler, Nenner mal Nenner} \\
 & \frac{4}{3} - \frac{28x}{8} = 2 + \frac{9x-11}{12} & | \text{HN}=24 \\
 & 8 \cdot 4 - 28x \cdot 3 = 2 \cdot 24 + 2(9x-11) & | \text{TU} \\
 & 32 - 84x = 48 + 18x - 22 & | \text{TU} \\
 & 32 - 84x = 26 + 18x & | +84x \\
 & 32 = 26 + 102x & | -26 \\
 & 6 = 102x & | :102 \\
 & \frac{6}{102} = \frac{1}{17} = x &
 \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl}
 \text{h)} & \frac{2+x}{5} - \frac{x}{3} = -\frac{8x}{15} & | \text{HN}=15 \\
 & 3(2+x) - x \cdot 5 = -8x & | \text{TU} \\
 & 6 + 3x - 5x = -8x & | \text{TU} \\
 & 6 - 2x = -8x & | +8x \\
 & 6 + 6x = 0 & | -6 \\
 & 6x = -6 & | :6 \\
 & x = -1 &
 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcll}
 \text{i)} & 5x - \frac{3(2x+8)}{8} & = \frac{5x}{4} & | \text{HN} = 8 \\
 & 8 \cdot 5x - 3(2x+8) & = 2 \cdot 5x & | \text{TU} \\
 & 40x - 6x - 24 & = 10x & | \text{TU} \\
 & 34x - 24 & = 10x & | -10x \\
 & 24x - 24 & = 0 & | +24 \\
 & 24x & = 24 & | :24 \\
 & x & = 1 &
 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcll}
 \text{k)} & \frac{x}{6} - \frac{x-3}{15} & = 1 & | \text{HN} = 30 \\
 & 5x - 2(x-3) & = 30 \cdot 1 & | \text{TU} \\
 & 5x - 2x + 6 & = 30 & | \text{TU} \\
 & 3 + 6 & = 30 & | -6 \\
 & 3x & = 24 & | :3 \\
 & x & = 8 &
 \end{array}$$

Minus-Multiplikation!

$$\begin{array}{rcll}
 \text{l)} & (x-4)(x+3) & = (x+1)^2 - 4 & | \text{TU} \\
 & x^2 + 3x - 4x - 12 & = x^2 + 2x + 1 - 4 & | \text{TU} \\
 & x^2 - x - 12 & = x^2 + 2x - 3 & | -x^2 \\
 & -x - 12 & = 2x - 3 & | +x \\
 & -12 & = 3x - 3 & | +3 \\
 & -9 & = 3x & | :3
 \end{array}$$

Binome!

$$\begin{array}{rcll}
 \text{m)} & 6x - (x+3)^2 & = -(x-2)^2 - 4 & | \text{TU} \\
 & 6x - (x^2 + 6x + 9) & = -(x^2 - 4x + 4) - 4 & | \text{TU} \\
 & 6x - x^2 - 6x - 9 & = -x^2 + 4x - 4 - 4 & | \text{TU} \\
 & -x^2 - 9 & = -x^2 + 4x - 8 & | +x^2 \\
 & -9 & = 4x - 8 & | +8 \\
 & -1 & = 4x & | :4 \\
 & -\frac{1}{4} & = x &
 \end{array}$$

Binome mit Minusklammer

Wenn nur Punktoperationen gemacht werden müssen: Seitentausch und Stockwerktausch!

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad 5c &= \frac{2b}{3} & c &= \frac{2b}{3 \cdot 5} = \frac{2b}{15} \\ & & b &= \frac{5c \cdot 3}{2} = \frac{15c}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b)} \quad d &= \frac{a \cdot c}{2} & a &= \frac{d \cdot 2}{c} = \frac{2d}{c} \\ & & c &= \frac{d \cdot 2}{a} = \frac{2d}{a} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c)} \quad p &= \frac{e-f}{5} & \text{S1: } 5p &= e-f & \text{Sobald Strichoperationen gemacht werden müssen,} \\ & & \text{S2: } 5p+f &= e & \text{kann man die Gleichung verändern wie seit der 90S.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{S1: } 5p &= e-f & \text{Die gesuchte Variable wird wie ein } x \text{ betrachtet.} \\ \text{S2: } 5p-e &= -f \\ \text{S3: } e-5p &= f \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d)} \quad e+2f &= 4-f & \text{S1: } e &= 4-f-2f \\ & & \text{S2: } e &= 4-3f \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{S1: } e+3f &= 4 \\ \text{S2: } 3f &= 4-e \\ \text{S3: } f &= \frac{4-e}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{e)} \quad c(2+d) &= c+2d & \text{S1: } 2c+cd-c &= 2d \\ & & \text{S2: } c+cd &= 2d \\ & & \text{S3: } c(1+d) &= 2d \\ & & \text{S4: } c &= \frac{2d}{(1+d)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{S1: } 2c+cd &= c+2d \\ \text{S2: } 2c-c &= 2d-cd \\ \text{S3: } c &= d(2-c) \\ \text{S4: } \frac{c}{(2-c)} &= d \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{f)} \quad 4a &= a \cdot b + 2 & \text{S1: } 4a-ab &= 2 \\ & & \text{S2: } a(4-b) &= 2 \\ & & \text{S3: } a &= \frac{2}{(4-b)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{S1: } 4a-2 &= ab \\ \text{S2: } \frac{4a-2}{a} &= b \end{aligned}$$

g) $p \cdot h - 1 = 2(h+p)$

S1: $ph - 1 = 2h + 2p$

S2: $ph - 2h = 1 + 2p$

S3: $h(p-2) = 1 + 2p$

S4: $h = \frac{1+2p}{p-2}$

S1: $ph - 1 = 2h + 2p$

S2: $ph - 2p = 2h + 1$

S3: $p(h-2) = 2h + 1$

S4: $p = \frac{2h+1}{h-2}$

h) $\frac{a+b}{3} = 2a+b$

S1: $a+b = 3(2a+b)$

S2: $a+b = 6a+3b$

S3: $-2b = 5a$

S4: $-\frac{2b}{5} = a$

S1: $a+b = 3(2a+b)$

S2: $a+b = 6a+3b$

S3: $-5a = 2b$

S4: $-\frac{5a}{2} = b$

i) $e+f = \frac{e \cdot f}{2}$

S1: $2(e+f) = e \cdot f$

S2: $2e+2f = e \cdot f$

S3: $2e = e \cdot f - 2f$

S4: $2e = f(e-2)$

S5: $\frac{2e}{e-2} = f$

S1: $2(e+f) = e \cdot f$

S2: $2e+2f = e \cdot f$

S3: $2f = e \cdot f - 2e$

S4: $2f = e(f-2)$

S5: $\frac{2f}{f-2} = e$

Textaufgaben, die zu Gleichungen führen.

Wir haben versucht, sie jeweils in drei Schritten zu lösen.

Schritt 1: die Unbekannte x bestimmen, weitere Terme bestimmen

Schritt 2: Gleichung aufstellen und lösen

Schritt 3: Lösung mithilfe von Schritt 1 interpretieren und Antwortsatz formulieren.

Seite 172 - Nr. 2.8

S1: x : Anzahl verkaufte Pizzas
 $50 - x$: Anzahl verkaufte Pasta-Portionen

S2: Einnahmen aller Pizzas + Einnahmen aller Pasta-Portionen = 654

$$\begin{array}{rcll} 15x + (50 - x) \cdot 12 & = & 654 & | \text{ TU} \\ 15x + 600 - 12x & = & 654 & | \text{ TU} \\ 3x + 600 & = & 654 & | -600 \\ 3x & = & 54 & | :3 \\ x & = & 18 & \end{array}$$

S3: **Es wurden 18 Pizzas und 32 Pasta-Portionen verkauft.**

Natürlich kann man als x auch die Pasta-Portionen bezeichnen. Der Wert von x wird dann 32 sein.

Seite 172 - Nr. 2.9

S1: x : Zuschauer Spiel B
 $x + 6732$: Zuschauer Spiel A A muss mehr Zuschauer haben!

S2: 40% von A = 85% von B

$$\begin{array}{rcll} 0.4(x + 6732) & = & 0.85x & | \text{ TU} \\ 0.4x + 2692.8 & = & 0.85x & | -0.4x \\ 2692.8 & = & 0.45x & | :0.45 \\ 5984 & = & x & \end{array}$$

S3: **Spiel B hatte 5'984 Zuschauer. Spiel A hatte 12'716 Zuschauer.**

Natürlich kann man x für Spiel A wählen, B ist dann $x - 6732$.

Seite 172 - Nr. 2.10

- S1: **x:** kleinste Zahl
x+1: zweite Zahl
x+3: dritte Zahl
x+6: vierte Zahl
x+10: grösste Zahl

$$\begin{array}{rcl} \text{S2: } x+x+1+x+3+x+6+x+10 & = 145 & | \text{ TU} \\ 5x+20 & = 145 & | -20 \\ 5x & = 125 & | :5 \\ x & = 25 & \end{array}$$

- S3: Die acht Zahlen sind 25, 26, 28, 31, 35, 40, 46, 53.

Seite 171 - Nr. 2.11

Die Brenngeschwindigkeit $v_{\text{dünn}}$ der dünnen Kerze ist $\frac{\text{Strecke}}{\text{Zeit}} = \frac{2a}{8} = \frac{a}{4}$ pro h

Die Brenngeschwindigkeit v_{dick} der dicken Kerze ist $\frac{\text{Strecke}}{\text{Zeit}} = \frac{a}{12}$ pro h

Strecke = Geschwindigkeit · Zeit

$s = v \cdot t$, t ist unbekannt, also x

Die restliche Höhe der Kerzen ist bei beiden gleich!

Die Kerzen werden gleichzeitig angezündet.

Länge grosse Kerze - abgebrannte Brennstrecke = Länge kleine Kerze - abgebrannte Strecke

$$\begin{array}{rcl} 2a - \frac{a}{4} \cdot x & = a - \frac{a}{12} x & | \text{ HN} = 12 \\ 24a - 3ax & = 12a - ax & | -12a \\ 12a - 3ax & = -ax & | +3ax \\ 12a & = 2ax & | :a \\ 12 & = 2x & | :2 \\ 6 & = x & \end{array}$$

Nach 6 Stunden sind beide Kerzen gleich hoch,