

Mathematik-Prüfung: Streckung und Ähnlichkeit Lösungsvorschlag

Es sind nicht beide Prüfungen vollständig korrigiert. Wo sich die Aufgabenstellungen nur durch andere Zahlen unterscheiden, wurde nur eine Aufgaben gelöst.

1. / 6. Richtig oder falsch?

- Drachenvierecke** untereinander sind **nicht ähnlich**.
- Würfel** untereinander sind **immer ähnlich**.
- Parallelenvierecke** untereinander sind **nicht ähnlich**.
- Flächengleiche Dreiecke** untereinander sind **nicht ähnlich**.
- Ist $k < 0$, so liegen Original- und Bildpunkt auf **verschiedenen Seiten des Zentrums Z**.
- Die Streckung mit $k = -1$ nennt man auch **Punktspiegelung**.

2. / 2. Viereck strecken, k berechnen, Bildfläche berechnen

- Strahlen von M aus durch die Punkte A, B, C und D ziehen.
Für das Bild ist es exakter, die PARALLELITÄT von Original- und Bildstrecken zu benützen. Das ist genauer als jeden Bildpunkt auszurechnen, da Messfehler so nicht korrigiert werden können.

- Durch Messen kann man k herausfinden.

$$k = \frac{AM}{A'M} \approx 2.0$$

- $A' = k^2 \cdot A = 20.7 \text{ cm}^2 \cdot 4 = 82.7 \text{ cm}^2$

3. / 3. Dreieck zweimal strecken, Faktor berechnen

- $\triangle ABC \xrightarrow{k=1.5} \triangle A'B'C'$

- $\triangle ABC \xrightarrow{k=0.5} \triangle A''B''C''$

- $\triangle A''B''C'' \xrightarrow{-2} \triangle ABC \xrightarrow{-1.5} \triangle A'B'C'$

oder kurz:

$$\triangle A''B''C'' \xrightarrow{-2 \cdot 1.5 = 3} \triangle A'B'C'$$

4. / 1. Tabelle mit Vergrössern/Verkleinern

Aufgabe 1: $k_1 = \frac{5 \text{ cm}}{20 \text{ cm}} = \frac{1}{4} = 25\%$ $k_2 = \frac{20 \text{ cm}}{5 \text{ cm}} = 4 = 400\%$ 20x26

Aufgabe 2: $k_1 = 0.16 = 16\%$ $\frac{2.4 \text{ cm}}{0.16} = 15 \text{ cm}$ $\frac{2 \text{ cm}}{0.16} = 12.5 \text{ cm} \rightarrow 15 \text{ cm} \times 12.5 \text{ cm}$

$$k_2 = \frac{15 \text{ cm}}{2.4 \text{ cm}} = 6.25 = 625\% \quad 15 \text{ cm} \times 12.5 \text{ cm}$$

Aufgabe 3: $k = \sqrt{4} = 2$ $8x \cdot 2 = 16x$ $A_1 = (8x)^2 = 64x^2$ $A_2 = (16x)^2 = 256x^2$

5. / 4. Landkarte und Punkt berechnen

a) $246 \text{ km} = 246'000 \text{ m} = 24'600'000 \text{ cm}$

$$k = \frac{24'600'000 \text{ cm}}{15 \text{ cm}} = 1'640'000$$

Massstab: 1:1'640'000

b) Jede Koordinate wird mit k multipliziert!

$$A(2.5a/4b) \quad k = 4a \quad \xrightarrow{\text{einsetzen}} \quad A'(2.5a^2 / 16ab)$$

6. / 5. Originalfläche berechnen

$$\frac{\text{Bildfläche}}{\text{Originalfläche}} = k^2 \quad \xrightarrow{\text{umformen}} \quad \text{Originalfläche} = \frac{\text{Bildfläche}}{k^2} = \frac{47.04 \text{ cm}^2}{1.4^2} = 24 \text{ cm}^2$$

7. / 7. Dreieck strecken, so dass A' auf g liegt

KB: Strahlen durch Z und durch alle Punkte ziehen

A-Strahl geschnitten mit g gibt A'

Mit der Parallelität der Seiten das Bilddreieck A'B'C' zeichnen

8. / 9. x berechnen aus ähnlichen Figuren

a) $k = \frac{250}{100} = 2.5 \quad \rightarrow \quad x = \frac{120}{k} = \frac{120}{2.5} = 48$

b) $\frac{50}{x} = \frac{x}{8} \quad | \text{HN} = 8x$
 $400 = x^2 \quad | \sqrt{\quad}$
 $20 = x$

9. / 8. Strecken aus ähnlichen Flächen berechnen

$$k = \frac{CQ}{C'Q'} = \frac{28}{21} = \frac{4}{3} \quad \rightarrow \quad B'Q' = \frac{BQ}{k} = \frac{53}{\frac{4}{3}} = 39.75$$

$$BC = \sqrt{53^2 - 28^2} = 45$$

$$B'C' = \frac{BC}{k} = \frac{45}{\frac{4}{3}} = 33.75$$

$$C'R' = \frac{CR}{k} = \frac{138}{\frac{4}{3}} = 103.5$$

10. / 10. Strecke ein Viereck bei gegebener Bildfläche

$$k^2 = 6.25 \rightarrow k = 2.5$$

KB: Viereck ABCD von M aus mit $k = 2.5$ strecken, Standardkonstruktion

11. / 12. Innere oder äussere Tangenten konstruieren

KB innere Tangenten:

1. Gerade durch M_1 und M_2
2. Punkt P_1 auf k_1 wählen, Strecke M_1P_1 zeichnen
3. parallele Strecke zu M_1P_1 durch M_2 zeichnen $\rightarrow P_2$
4. P_2 an M_2 spiegeln $\rightarrow P_3$
5. Gerade durch P_2 und P_3 schneiden mit 1. $\rightarrow Z$
6. Thaleskreis über ZM_1 schneiden mit k_1 gibt zwei Schnittpunkte S_1, S_2
7. Geraden durch S_1 und Z , bzw. S_2 und Z sind die gesuchten Tangenten
8. Rechte Winkel zwischen Radien und Tangenten zeichnen

(Wenn man den Thaleskreis über ZM_2 macht, mit k_2 schneidet, gibt es zwei weitere Punkte, welche die Genauigkeit der Konstruktion erhöhen.

KB äussere Tangenten:

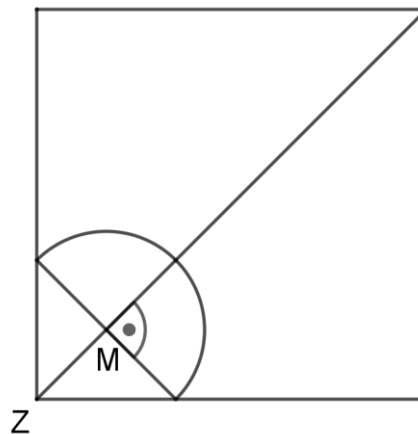
1. Gerade durch M_1 und M_2
2. Punkt P_1 auf k_1 wählen, Strecke M_1P_1 zeichnen
3. parallele Strecke zu M_1P_1 durch M_2 zeichnen $\rightarrow P_2$
4. Gerade durch P_1 und P_2 schneiden mit 1. $\rightarrow Z$
5. Thaleskreis über ZM_1 schneiden mit k_1 gibt zwei Schnittpunkte S_1, S_2
6. Geraden durch S_1 und Z , bzw. S_2 und Z sind die gesuchten Tangenten
7. Rechte Winkel zwischen Radien und Tangenten zeichnen

(Wenn man den Thaleskreis über ZM_2 macht, mit k_2 schneidet, gibt es zwei weitere Punkte, welche die Genauigkeit der Konstruktion erhöhen.

12. / 11.

Babyhalbkreis einpassen

1. Babyhalbkreis zeichnen mit M auf der Diagonalen



2. Der Halbkreis berührt die obere Quadratseite, ist also rechtwinklig auf ihr
3. Senkrechte durch M zu der oberen Seite
4. Strahl durch M und P schneidet die obere Seite in P'
5. Parallele zu MP durch P' → M'
6. Durchmesser des Halbkreises machen und Halbkreis ziehen

