Kantonale Prüfung 2018

Mathematik

Prüfung – Teil 1 **Lösungsvorschlag und Bewertung**

11OS NI

Punktzahl: **30 / 30**

1. Der mittlere Erdradius beträgt 6'370 km. Du hast ein Modell der Erde in Form einer Kugel mit dem Durchmesser 50 cm. **/ 3**
   a) In welchem Massstab wird die Erde hier verkleinert dargestellt?
   b) Die Ozeane beanspruchen 70.7% der Erdoberfläche.
   Wieviel macht das in km^2?
   c) Das ganze Wasser der Ozeane zusammengefasst hat ein Volumen von $1.34 \cdot 10^9$ km^3.
   Welcher Anteil in Prozent ist das bezüglich des Volumens der Erde?

a) $\dfrac{637'000'000\text{cm}}{25\text{cm}} = 25'480'000 \rightarrow$ **Massstab = 1 : 25'480'000** (1)

b) $S_{Erde} = 4 \cdot \pi \cdot r^2 = 4 \cdot \pi \cdot (6'370\text{km})^2 \approx 509'904'363.8\text{km}^2$ (0.5)

$70.7\% \cdot 509'904'363.8\text{km}^2 = 360'502'385.2\text{km}^2 \approx$ **361 Mio km²** (0.5)

c) $V_{Erde} = \dfrac{4 \cdot \pi \cdot r^3}{3} = \dfrac{4 \cdot \pi \cdot (6'370\text{km})^3}{3} \approx 1.08 \cdot 10^{12}\text{km}^3$ (0.5)

Anteil in Prozent: $\dfrac{1.34 \cdot 10^9\text{km}^3}{1.08 \cdot 10^{12}\text{km}^3} \approx 0.0012 \approx$ **0.12%** (0.5)

2. Vereinfache. Notiere alle Zwischenschritte. **/ 3**

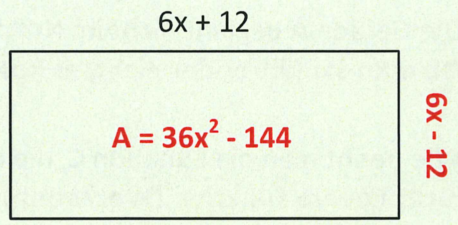
a) $a^{2b-1} : a^{b-3} = a^{2b-1-(b-3)} = a^{2b-1-b+3} = \mathbf{a^{b+2}}$ (1)

b) $2a^2 \cdot (2a)^2 = 2a^2 \cdot 4a^2 = \mathbf{8a^4}$ (1)

c) $\dfrac{8x^6}{3} : \dfrac{2x^2}{9} = \dfrac{\overset{4x^4}{\cancel{8x^6}} \cdot \overset{3}{\cancel{9}}}{\cancel{3} \cdot \cancel{2x^2}} = \dfrac{12x^4}{1} = \mathbf{12x^4}$ (1)

3. Berechne den Umfang des Rechtecks. **/ 2**

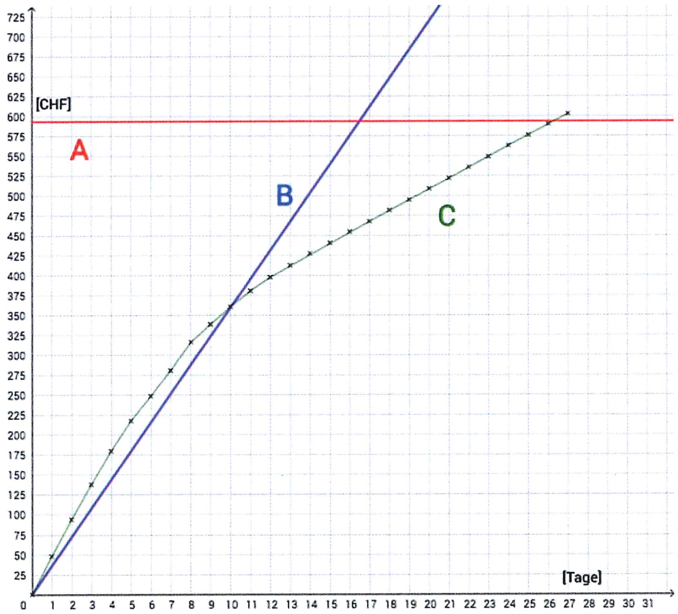
Der Flächeninhalt dieses Rechtecks beträgt $36x^2 - 144$.



$36x^2 - 144 = (6x + 12)(6x - 12)$ (1)

Umfang $= 2 \cdot ((6x + 12) + (6x - 12)) = 2 \cdot (6x + 12 + 6x - 12) = 2 \cdot 12x =$ **24x** (1)

4. Unten siehst du die Wintertarife eines Skigebietes. Einheit x-Achse = 1 Tag, y-Achse = CHF 25. **/ 5**



A: Die Saisonkarte kostet CHF 594.

B: 500 Punkte kosten CHF 450 (Valaiscard), für einen Tagespass werden 40 Punkte belastet.

C: Die Tarife eines Mehrtagespasses in CHF findest du in der folgenden Wertetabelle:

1	2	3	4	5	6	7	8	9
48	94	138	180	218	249	281	313	339

10	11	12	13	14	15	16	17	18
361	381	398	413	428	441	455	468	482

19	20	21	22	23	24	25	26	27
495	509	522	536	549	563	576	590	603

a) Erstelle eine Wertetabelle für die Zuordnung **A** mit 4 Werten deiner Wahl.

Tage	0	1	10	180
CHF	594	594	594	594

(0.5)

b) Erstelle eine Wertetabelle für die Zuordnung **B** mit 4 Werten deiner Wahl.

Tage	0	1	2	10
CHF	0	36	72	360

(0.5)

(andere Lösungen möglich)

c) Wie viel kosten 10 Tage Skifahren mit den drei Tarifen?
A: CHF 594 B: CHF 360 C: CHF 361 (1)

d) Notiere für die Funktion **A oder B** die Geradengleichung.
A: y = 594 B: y = 36x (0.5)

e) Die Gerade **A** beginnt nicht im Nullpunkt. Warum nicht?
Ob man Ski fährt oder nicht, es kostet immer CHF 594 pro Saison. (0.5)

f) Wie nennt man die Funktion **C**, die mit einem solchen Graphen veranschaulicht wird?
nicht lineare Funktion (Wachstum) (0.5)

g) Welcher Tarif ist wann am günstigsten?
Bis zu 10 Tagen Tarif B, zwischen 11 und 26 Tagen Tarif C, ab 27 Tagen Tarif A. (1.5)

5. a) Der Zins eines Kapitals, das zu 1.5% ausgeliehen war, betrug in 100 Tagen CHF 11.25. In wie vielen Tagen wird das gleiche Kapital CHF 17.25 Zins bringen, wenn der Zinsfuss um 0.5% gesenkt wird? **/ 3**

b) Für ihre neugeborene Tochter legen deren Eltern CHF 5'000 zu einem Zinssatz von 3.5% an. Die Auszahlung erfolgt nach 18 Jahren mit Zinseszinsen. Berechne dieses Kapital.

a) MZ = CHF 11.25 L = 100 d f = 0.015

$$K = \frac{MZ \cdot 360}{f \cdot L} = \frac{CHF 11.25 \cdot 360 d}{0.015 \cdot 100 d} = CHF 2'700 \qquad (1)$$

MZ = CHF 17.25 L = ? f = 0.01

$$MZ = \frac{K \cdot f \cdot L}{360} \rightarrow L = \frac{MZ \cdot 360}{K \cdot f} = \frac{CHF 17.25 \cdot 360 d}{CHF 2'700 \cdot 0.01} = \mathbf{230 d} \qquad (1)$$

b) $K_{18} = K_0 (1+f)^L = CHF\ 5'000 \cdot 1.035^{18} \approx$ **CHF 9'287.45** (1)

6. a) Löse das ***lineare Gleichungssystem*** mit einer Methode deiner Wahl. **/ 4**

$$\begin{vmatrix} 2x - 3y & = -3 \\ \frac{2}{3}x + y & = 21 \end{vmatrix}$$

b) Löse die ***Ungleichung***.

$$\frac{7 + 4x}{3} \geq \frac{8x + 7}{7}$$

a) Additionsverfahren (andere Lösungen möglich):

$$\begin{aligned} 2x - 3y &= -3 \\ 2x + 3y &= 63 \\ \hline 4x &= 60 \quad |:4 \\ \mathbf{x} &= \mathbf{15} \\ 2 \cdot 15 - 3y &= -3 \rightarrow \mathbf{y = 11} \end{aligned} \qquad (2)$$

b)

$$\begin{aligned} \frac{7+4x}{3} &\geq \frac{8x+7}{7} && |\cdot 21 \\ 7(7+4x) &\geq 3(8x+7) && |T \\ 49 + 28x &\geq 24x + 21 && |-24x \\ 49 + 4x &\geq 21 && |-49 \\ 4x &\geq -28 && |:4 \\ \mathbf{x} &\geq \mathbf{-7} && \mathbf{L = \{-7, -6, -5 \ldots\}} \end{aligned} \qquad (2)$$

7. Faktorisiere die Terme: **/ 4**

a) $9b^2 + 30b + 25$

b) $225x^2 - 16$

(3b + 5) (3b + 5) (1)

(15x – 4) (15x + 4) (1)

c) Kürze so weit wie möglich.

$$\frac{x^2 - 8x + 16}{x^2 - 16}$$

d) Löse die Gleichung.

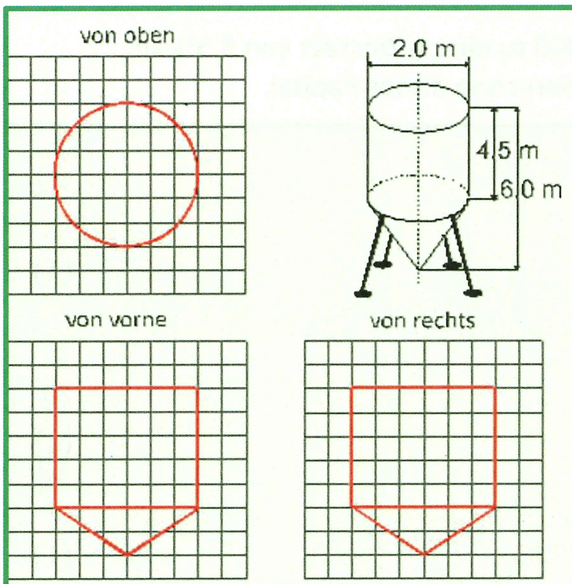
$$(x + 5)^2 - 21 = (x + 2)(x + 5)$$

$$\frac{(x-4)\cancel{(x-4)}}{\cancel{(x-4)}(x+4)} = \mathbf{\frac{x - 4}{x + 4}} \qquad (1)$$

$$\begin{aligned} (x+5)^2 - 21 &= (x+2)(x+5) && |T \\ x^2 + 10x + 25 - 21 &= x^2 + 5x + 2x + 10 && |-x^2 \\ 10x + 4 &= 7x + 10 && |-7x \\ 3x + 4 &= 10 && |-4 \\ 3x &= 6 && |:3 \\ \mathbf{x} &= \mathbf{2} \end{aligned} \qquad (1)$$

8. In der Abbildung ist ein **mit einem Deckel verschlossener** Wassertank dargestellt. **/ 6**

a) Skizziere die Ansichten ohne Stützpfeiler in nachstehendes Raster.



je (0.5)

b) Der Wassertank (mit Deckel, ohne die Stützpfeiler) soll von aussen einen neuen Anstrich erhalten. Berechne, wie viele Liter Farbe man braucht, wenn 1 Liter für 8 m^2 ausreicht.

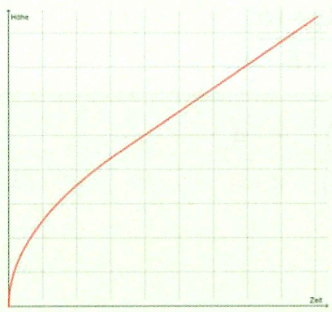
G	$= \pi \cdot r^2 = \pi \cdot (1m)^2$	$\approx 3.14m^2$		(0.5)
M_Z	$= u \cdot h = 2\pi r \cdot h = 2\pi(1m) \cdot 4.5m$	$\approx 28.27m^2$		(0.5)
m	$= \sqrt{1^2 + 1.5^2}\,m$	$\approx 1.80m$		
M_K	$= \pi \cdot r \cdot m = \pi \cdot 1m \cdot 1.8m$	$\approx 5.66m^2$	(andere Lösungswege möglich)	(0.5)
S	$= 3.14m^2 + 28.27m^2 + 5.66m^2$	$\approx 37.08m^2$		(0.5)
Farbmenge	$= \dfrac{37.07m^2}{8m^2/l}$	$\approx$ **4.63Liter $\approx$ 5 Liter**		(0.5)

c) Der spitze Teil des Tanks wird bis zu seiner halben Höhe mit Wasser gefüllt. Berechne, wie viele Liter Wasser dies sind.

V_K	$= \dfrac{\pi \cdot r^2 \cdot h}{3}$	$= \dfrac{\pi \cdot (1m)^2 \cdot 1.5m}{3}$	$\approx 1.57m^3$	(1)
V'	$= V_K \cdot k^3$	$= 1.57m^3 \cdot 0.5^3 \approx 0.19625m^3 \approx 0.20m^3$	$\approx$ **196.25Liter $\approx$ 200Liter**	(0.5)

(andere Lösungswege möglich)

d) Der leere Tank wird gleichmässig mit Wasser gefüllt.
- Wie verändert sich die Höhe des Wasserspiegels mit der Zeit? Zeichne den zugehörigen **Graphen**.



(0.5)