

Schlussantworten sind auf eine Stelle nach dem Komma zu runden.

Du kannst EINE Aufgabe deiner Wahl streichen. Markiere sie klar und deutlich, sonst werden die Aufgaben 1-7 benotet!

0. Einheiten, .... [1]

1. Herr Brantschen erbt CHF 16'340. Er legt das Geld für fünf Jahre auf die Bank zu einem Zinsfuss von 7.5% [3]

- a) Berechne das Endkapital nach dieser Zeit. (ohne Verrechnungssteuer)
- b) In wie vielen Jahren würde sich das Anfangskapital bei gleichem Zinsfuss verdreifachen?
- c) Welchen Zinsfuss müsste die Bank garantieren, wenn sich das Anfangskapital in 3 Jahren verdoppeln würde? (Die Antwort ist utopisch.)

1) Zinseszins

$$K = \text{CHF}16'340$$

$$p = 7.5\% \longrightarrow f = 0.075$$

$$L = 5 \text{ Jahre}$$

$$a) K_5 = K(1+f)^L = 16'340 \cdot 1.075^5 \approx 23'458.2$$

Nach fünf Jahren wird das Kapital CHF 23'458.2 gross sein.

$$b) 49020 = 16'340 \cdot 1.075^x$$

$$\text{Variante 1: Probieren durch Einsetzen!} \longrightarrow L = 16$$

Nach 16 Jahren wird sich das Kapital verdreifacht haben.

Variante 2: Mit Logarithmen!

$$49020 = 16'340 \cdot 1.075^x \quad /: 16'340$$

$$3 = 1.075^x \quad / \log$$

$$\log 3 = x \cdot \log 1.075 \quad /: \log 1.075$$

$$\frac{\log 3}{\log 1.075} = x \approx 15.2$$

Nach 16 Jahren wird sich das Kapital verdreifacht haben.

$$c) 32'680 = 16'340 \cdot x^3 \quad /: 16'340$$

$$2 = x^3 \quad / \sqrt[3]{\phantom{x}}$$

$$1.26 = x$$

$$\longrightarrow 1+f \approx 1.26 \xrightarrow{-1} f \approx 0.26 \xrightarrow{\cdot 100\%} p \approx 26.0\%$$

Der Zinsfuss müsste 26% hoch sein, damit eine Verdoppelung in 3 Jahren erreicht würde.

2. Pjotr kauft ein Auto und bezahlt CHF 140'000. Der Wert der Autos nimmt jedes Jahr 8 % vom Vorjahreswert ab. [2]  
Berechne den Wert des Autos nach 15 Jahren.

2)  $K = \text{CHF } 140'000$   
 $p = -8\% \longrightarrow f = 0.92$   
 $L = 15 \text{ Jahre}$

$$K_{15} = K(1-f)^L = 140'000 \cdot 0.92^{15} \approx 40'081.6$$

Nach fünfzehn Jahren hat das Auto noch einen Wert von CHF 40'081.6.

3. Fynn zahlt während eines Jahres alle zwei Monate CHF 1200 auf ein Konto ein. [3]  
Die erste Zahlung erfolgt zu Beginn des Jahres. Der Zinsfuss beträgt 0.75 %.  
Berechne den Marchzins und das Endkapital am Ende des Jahres.

3) Stufensparplan  
 $K = \text{CHF } 1'200$  alle zwei Monate  $\longrightarrow$  6 Einzahlungen  
 $p = 0.75\% \xrightarrow{:100} f = 0.0075$

Variante 3: Durchschnittskapital eine Jahr lang auf der Bank

$$K_{\emptyset} = \text{CHF } \frac{1200 + 2400 + \dots + \dots + 6'000 + 7'200}{6} = \text{CHF } 4'200$$

$$MZ = K \cdot f = \text{CHF } 4'200 \cdot 0.0075 = \text{CHF } 31.5$$

Der Marchzins nach einem Jahr beträgt CHF 31.5.

Das Endkapital beträgt  $K + MZ = \text{CHF } 7'200 + \text{CHF } 31.5 = \text{CHF } 7'231.5$ .

4. Frau Minetti will einen Laptop kaufen. [3]

Wenn sie ihn bar bezahlt, kostet er CHF 1800.

Der Verkäufer macht folgendes Angebot: „Sie zahlen 20 % des Preises jetzt und den Rest in zwei Raten nach 6 und 12 Monaten. Die Raten kosten dann je CHF 738.90.

Mit welchem Zinssatz rechnet der Verkäufer?

4) Ratenkauf

Variante 1: bar: CHF 1'800

Variante 2: 20% bar + zwei Raten nach 6 und 12 Monaten

Rate = CHF 738.90

**Restbetrag** = CHF 1'800 – CHF 1'800 · 0.2 = **CHF 1'440**

**Preis mit Raten** = 2 · CHF 738.90 = **CHF 1'477.80**

**Differenz** = CHF 1'477.80 – CHF 1'440 = **CHF 37.80**

**Die CHF 37.80 entsprechen dem entgangenen Marchzins des Verkäufers.**

**Rate ohne Marchzins** = CHF 1'440 : 2 = **CHF 720**

$MZ_{6 \text{ Monate}} + MZ_{12 \text{ Monate}} = MZ_{\text{total}}$

$$720 \cdot f \cdot \frac{6}{12} + 720 \cdot f \cdot \frac{12}{12} = 37.80 \quad / \cdot 12$$

$$4'320 \cdot f + 8'640 \cdot f = 453.6 \quad / \text{TU}$$

$$12'960 \cdot f = 453.6 \quad / 12'960$$

$$f = 0.035$$

$$\xrightarrow{\cdot 100} \quad p = 3.5\%$$

**Der Verkäufer rechnet mit einem Zinssatz von 3.5%.**

5. Ursula will ein Auto von CHF 45'000 kaufen und leiht sich das Geld bei ihrer Bank in Form eines Konsumkredits aus. [3.5]

Sie muss den Betrag in 36 Kreditraten immer am Ende des Monats zurückzahlen. Die Bank verlangt einen Zinsfuss von 3.5 %.

- Berechne die Gesamtzinskosten und die monatliche Rate.
- Wie viele Prozent ist der Konsumkredit teurer als der Barkauf?
- Konsumkredit: Welches Kapital verursacht Gesamtzinskosten von 560 Franken bei einem Zinssatz von 3.5 % über 31 Monate?

5) Konsumkredit

$$K = \text{CHF } 45'000$$

$$p = 3.5\% \xrightarrow{\cdot 100} f = 0.035$$

$$L = 36 \text{ Kreditraten}$$

$$\text{a) } \text{GZK} = \frac{K \cdot f(L+1)}{24} = \frac{\text{CHF } 45'000 \cdot 0.035 \cdot 37}{24} \approx \text{CHF } 2'428.1$$

Die Gesamtzinskosten betragen CHF 2'428.1.

$$\text{Monatsrate} = \frac{\text{Gesamtkosten}}{\text{Anzahl Zahlungen}} = \frac{\text{CHF } 45'000 + \text{CHF } 2'428.1}{36} \approx \text{CHF } 1'317.4$$

Die Monatsrate beträgt CHF 1'314.4.

$$\text{b) } \text{Differenz in Prozent: } \frac{\text{CHF } 2'428.1}{\text{CHF } 45'000} \cdot 100\% \approx 5.4\%$$

Der Konsumkredit ist etwa 5.4% teurer als der Barkauf.

$$\text{c) } \text{GZK} = \frac{K \cdot f(L+1)}{24} \xrightarrow{\text{umwandeln}} K = \frac{\text{GZK} \cdot 24}{f(L+1)} = \frac{\text{CHF } 560 \cdot 24}{0.035 \cdot 32} = \text{CHF } 12'000$$

Das gesuchte Kapital beträgt CHF 12'000.

6. a) Berechne die Summe der natürlichen Zahlen von 1 bis 5555. [2.5]  
 b) Berechne die Summe der Vielfachen von 7 zwischen 1 bis 900.

6) a)  $1 + 2 + 3 + \dots + \dots + 5'554 + 5'555$

Paargrösse	= 1 + 5'555	= 5'556
Anzahl Paare	= 5'555 : 2	= 2777.5
<b>Summe</b>	= 5'556 · 2777.5	= <b>15'431'790</b>

b)  $7 + 14 + \dots + \dots + 889 + 896$

Paargrösse	= 7 + 896	= 903
Anzahl Zahlen	= 896 : 7	= 128
Anzahl Paare	= 128 : 2	= 64
<b>Summe</b>	= 903 · 67	= <b>57'792</b>

7. Berechne die fehlenden Kästchen. Ausrechnungen sind nicht nötig.

[3]

	<b>Konsumkredit CHF</b>	<b>L Monate</b>	<b>Gesamtzinskosten CHF</b>	<b>Monatsrate CHF</b>
a)	100'000	12		8935.80
b)		30	1847.50	1456.50
c)	30'000		3205.50	1844.75

7)

	Konsumkredit in CHF	L in Monaten	GZK in CHF	Monatsrate in CHF
a)	100'000	12	7'229.60	8'935.80
b)	41'847.50	30	1'847.50	1'456.50
c)	30'000	18	3'205.50	1'844.75

a) Gesamtkosten =  $12 \cdot \text{CHF } 8'935.80 = \text{CHF } 107'229.60$

$\text{GZK} = \text{Gesamtkosten} - \text{Konsumkredit} = \text{CHF } 107'229.60 - \text{CHF } 100'000 = \text{CHF } 7'229.60$

b) Gesamtkosten =  $30 \cdot \text{CHF } 1'456.50 = \text{CHF } 43'695$

$\text{Konsumkredit} = \text{Gesamtkosten} - \text{GZK} = \text{CHF } 43'695 - \text{CHF } 1'847.50 = \text{CHF } 41'847.50$

c)  $\text{Monate} = \frac{\text{Gesamtkosten}}{\text{Monatsrate}} = \frac{\text{CHF } 30'000 + \text{CHF } 3'205.50}{\text{CHF } 1'844.75} = 18$

8. Rafael Nadal leas ein Auto bei „Coche Mallorca“ und schliesst einen Vertrag ab. [4]  
(Die Zahlen sind frei erfunden und haben mit der Realität wenig zu tun.)

<b>Basispreis:</b>	€ 120'000
<b>Laufzeit:</b>	36 Monate
<b>Monatliche Rate:</b>	€ 1500
<b>Restwert nach 3 Jahren:</b>	65 % vom Basispreis
<b>Laufleistung pro Jahr:</b>	7500 km
<b>Versicherung:</b>	Alle drei Monate € 850.
<b>Zusatzkosten:</b>	€ 0.30 pro km über der vertraglichen Laufleistung

Nach drei Jahren gibt Nadal das Auto zurück. Er ist 40'000 km gefahren.  
Es hat ihm so viel Freude bereitet, dass er es nach den drei Jahren zum Restwert kauft.

- Berechne den Gesamtbetrag (inkl. Autokauf), den Nadal bezahlen muss.
- Wie viel Prozent des Gesamtbetrages machen die Zusatzkosten aus?
- Wie viele € hätte er insgesamt sparen können, wenn er das Auto direkt bar gekauft hätte? Eine saubere Auflistung der Kosten hilft dir, die Übersicht zu bewahren.

8) Leasing

Basispreis:	€ 120'000
L:	36 Monate
Monatsrate:	€ 1'500
<b>Restwert:</b>	65% vom Basispreis = $0.65 \cdot € 120'000 = € 78'000$
<b>Laufleistung:</b>	7'500 km pro Jahr $\xrightarrow{\cdot 3}$ <b>22'500 km</b> erlaubt
<b>Versicherung:</b>	€ 850 alle drei Monate $\longrightarrow$ total = $12 \cdot € 850 = € 10'200$
<b>Zusatzkosten:</b>	€ 0.30 pro km $\longrightarrow € 0.30 \cdot (40'000 - 22'500) = € 5'250$

- Gesamtkosten mit Autokauf = Monatsraten + Versicherung + Zusatzkosten + Restwert  
**Gesamtkosten mit Autokauf** =  $€ 1'500 \cdot 36 + € 10'200 + € 5'250 + € 78'000 = € 147'450$

Gesamtkosten ohne Autokauf = Monatsraten + Versicherung + Zusatzkosten  
**Gesamtkosten ohne Autokauf** =  $€ 1'500 \cdot 36 + € 10'200 + € 5'250 = € 69'450$

- Zusatzkosten in % (mit Autokauf)** =  $\frac{€ 5'250}{€ 147'450} \cdot 100\% \approx 3.6\%$   
**Zusatzkosten in % (ohne Autokauf)** =  $\frac{€ 5'250}{€ 69'450} \cdot 100\% \approx 7.6\%$

- Ersparnis** = Gesamtkosten mit Autokauf – Basispreis  
=  $€ 147'450 - € 120'000 = € 27'450$  ( $\approx 18.6\%$ )

**Viel Erfolg!**