Pythagoras Übungsaufgaben 1.0 – Lösungsvorschlag

1. Berechne die fehlenden Grössen.

	Kathete 1 [cm]	Kathete 2 [cm]	Hypotenuse [cm]	Fläche [cm^2]
a	**36**	**48**	**60**	**864**
b	**135**	**180**	**225**	**12’150**
c	**126**	**168**	**210**	**10’584**
d	**117**	**156**	**195**	**18’252**

a) $c=\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{(36\,cm)^2+(48\,cm)^2} \quad =60\,cm$

Formelblatt: $A=\frac{a\cdot b}{2}=\frac{36\,cm\cdot 48\,cm}{2} \quad =864\,cm^2$

b) $b=\sqrt{c^2-a^2}=\sqrt{(225\,cm)^2-(135\,cm)^2} \quad =180\,cm$

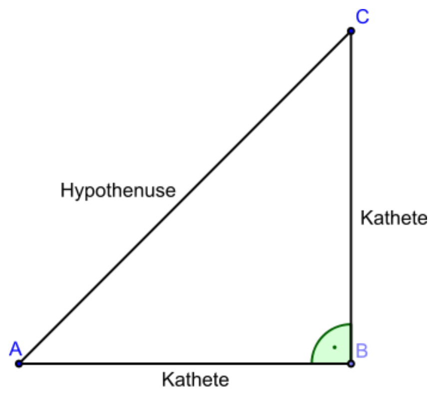
$A=\frac{a\cdot b}{2}=\frac{135\,cm\cdot 180\,cm}{2} \quad =12'150\,cm^2$

c) $a=\sqrt{c^2-b^2}=\sqrt{(210\,cm)^2-(168\,cm)^2} \quad =126\,cm$

$A=\frac{a\times b}{2}=\frac{168\,cm\cdot 126\,cm}{2} \quad =10'584\,cm^2$

d) $b=\sqrt{c^2-a^2}=\sqrt{(195\,cm)^2-(117\,cm)^2} \quad =156\,cm$

$A=\frac{a\cdot b}{2}=\frac{117\,cm\cdot 156\,cm}{2} \quad =18'252\,cm^2$



2. a) Ein **Quadrat** hat eine Fläche von 114 cm^2. Berechne die Diagonale.
b) Ein gleichseitiges Dreieck hat eine Fläche von 114 cm^2. Berechne die Seite.
c) Berechne die Diagonale e eines Rechtecks von 12 cm Länge und 7 cm Breite.

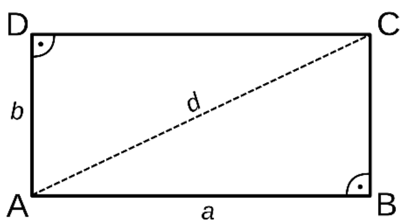
a) Idee: Aus der Fläche die Seite berechnen
mit der Seite die Diagonale berechnen

$s^2=A \xrightarrow{\text{umfomen}} s=\sqrt{A} \quad =\sqrt{114\,cm^2} \quad \approx 10.68\,cm$

Formelblatt: $d=s\cdot\sqrt{2} \quad =10.68\,cm\cdot\sqrt{2} \quad \approx 15.10\,cm$

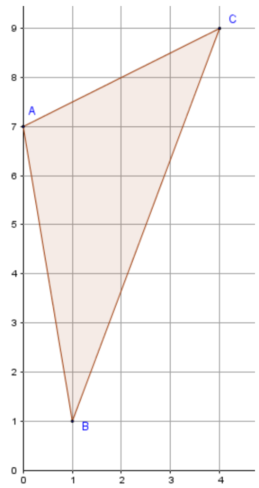
b) Formelblatt: $\frac{\sqrt{3}\cdot s^2}{4}=A \xrightarrow{\text{umformen}} s=\sqrt{\frac{4A}{\sqrt{3}}}=\sqrt{\frac{4\cdot 114\,cm^2}{\sqrt{3}}}\approx 16.23\,cm$

c) $e=\sqrt{l^2+b^2}=\sqrt{(12\,cm)^2+(7\,cm)^2}\approx 13.89\,cm$



3. Das Gitternetz besteht aus 1 cm x 1 cm grossen Quadraten.

a) Berechne den Umfang des Dreiecks ABC.



a) $AC = \sqrt{4^2 + 2^2}\ cm = \sqrt{20}\ cm (\approx 4.47\ cm)$

$BC = \sqrt{3^2 + 8^2}\ cm = \sqrt{73}\ cm (\approx 8.54\ cm)$

$AB = \sqrt{6^2 + 1^2}\ cm \approx \sqrt{37}\ cm (\approx 6.08\ cm)$

$U = \sqrt{20}\ cm + \sqrt{73}\ cm + \sqrt{37}\ cm \approx 19.10\ cm$

b) Berechne die Fläche des Dreiecks ABC.
Tipp: Rechteck rundum zeichnen!

b) Idee: Lösungsfläche = Fläche $_{total}$ − A1 − A2 − A3

$A_{total} = 4\ cm \cdot 8\ cm = 32\ cm^2$

$A1 = \frac{a \cdot b}{2} = \frac{4\ cm \cdot 2\ cm}{2} = 4\ cm^2$

$A2 = \frac{a \cdot b}{2} = \frac{8\ cm \cdot 3\ cm}{2} = 12\ cm^2$

$A3 = \frac{a \cdot b}{2} = \frac{6\ cm \cdot 1\ cm}{2} = 3\ cm^2$

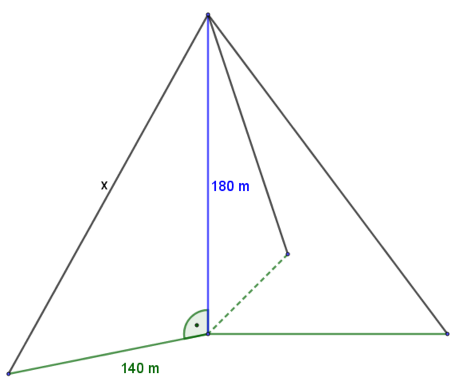
$A_{Lösung} = 32\ cm^2 - 4\ cm^2 - 12\ cm^2 - 3\ cm^2 = 13\ cm^2$

Pick: $R = 4$ $\quad I = 12$

$A = I + \frac{R}{2} - 1 = 12 + \frac{4}{2} - 1 = 13\ cm^2$

4. Ein 180 m hohe Stange muss an von der Spitze mit drei Stahlseilen am Boden verankert werden, damit sie nicht umfällt. Die Seile werden am Boden 140 m vom Stangenfuss entfernt verankert.

a) Mache eine Skizze und beschrifte.



b) Berechne die Gesamtlänge der Sicherungsseile.

b) $x = \sqrt{(180m)^2 + (140m)^2} \approx 228.04\ m$

$total = 3 \cdot x = 3 \cdot 228.04\ m = 684.11\ m$

5. Ein gleichseitiges Dreieck hat die Höhe h = 3 cm.

a) Berechne den Umfang des Dreiecks.

a) $\frac{s\cdot\sqrt{3}}{2}=h \xrightarrow{\text{umformen}} s=\frac{2h}{\sqrt{3}}=\frac{2\cdot 3\,\text{cm}}{\sqrt{3}}\approx 3.46\,\text{cm}$

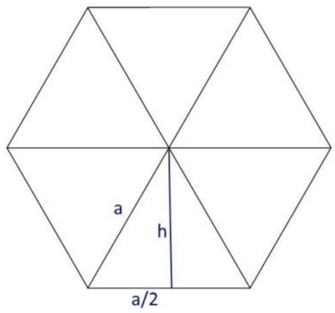
$U=3\cdot s=3\cdot 3.46\,\text{cm}\approx 10.39\,\text{cm}$

b) Berechne die Fläche des Dreiecks.

b) $A=\frac{\sqrt{3}\cdot s^2}{4}=\frac{\sqrt{3}\cdot(3.46\,\text{cm})^2}{4}\approx 5.20\,\text{cm}^2$

6. Berechne die Fläche eines regelmässigen Sechsecks mit der Kantenlänge s = 20 cm.

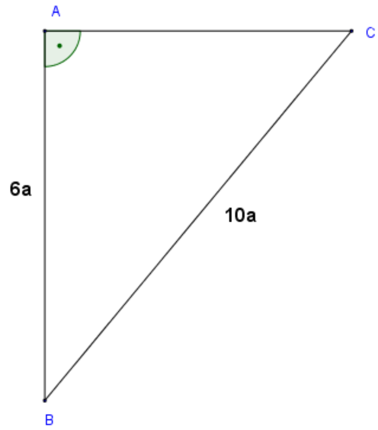
$A=6\cdot A_\Delta=6\cdot\frac{\sqrt{3}\cdot s^2}{4}=6\cdot\frac{\sqrt{3}\cdot(20\,\text{cm})^2}{4}\approx 1'039.23\,\text{cm}^2$



7. Berechne die fehlende Seite AC und die Fläche des Dreiecks.

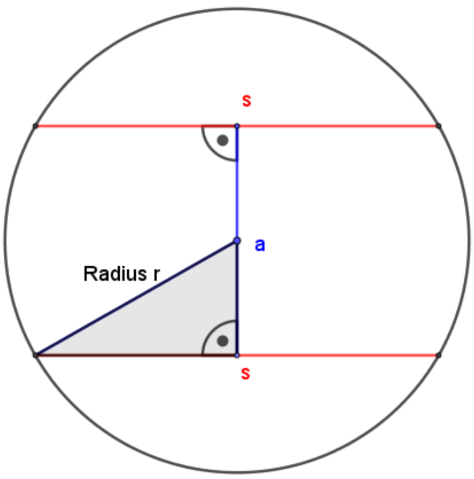
$AC=\sqrt{(10a)^2-(6a)^2}=\sqrt{10a\cdot 10a-6a\cdot 6a}=\sqrt{100a^2-36a^2}=\sqrt{64a^2}=8a$

$A=\frac{AC\cdot AB}{2}=\frac{8a\cdot 6a}{2}=\frac{48a^2}{2}=24a^2$

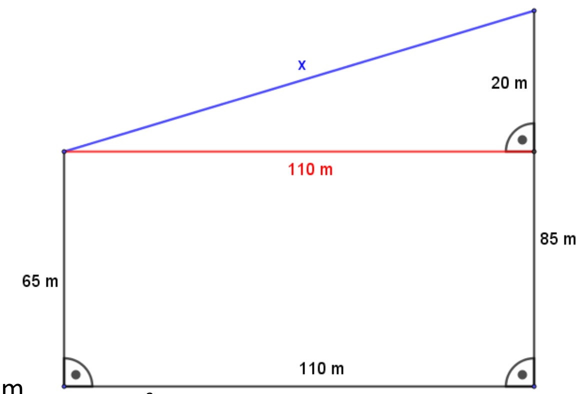


8. Gegeben: s = 20 cm, a = 8 cm
Gesucht: Radius r des Kreises

$r=\sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2+\left(\frac{s}{2}\right)^2}=\sqrt{(4\text{cm})^2+(10\,\text{cm})^2}\approx 10.77\,\text{cm}$



9. Berechne Umfang und Fläche des Trapezes.



$x=\sqrt{(110\,\text{m})^2+(20\,\text{m})^2}\approx 111.80\,\text{m}$

$U=65\,\text{m}+110\,\text{m}+85\,\text{m}+111.80\,\text{m}\approx 371.80\,\text{m}$

$A=\frac{a+c}{2}\cdot h=\frac{(65\,\text{m}+85\,\text{m})}{2}\cdot 110\,\text{m}=8'250\,\text{m}^2$

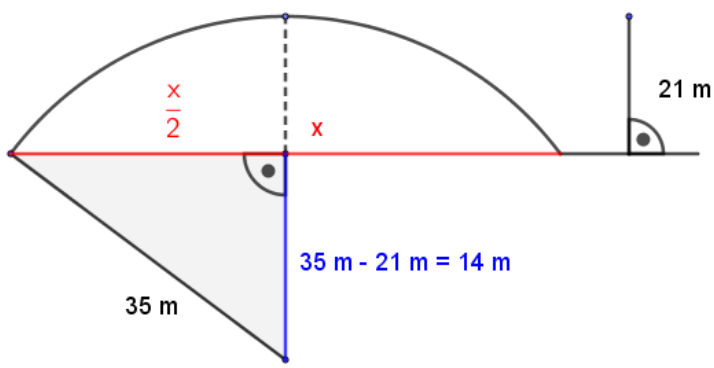
oder

$A=A_{\text{Rechteck}}+A_{\text{Dreieck}}=l\cdot b+\frac{a\cdot b}{2}=65\,\text{m}\cdot 110\,\text{m}+\frac{110\,\text{m}\cdot 20\,\text{m}}{2}=8'250\,\text{m}^2$

10. Berechne x.

$\frac{x}{2}=\sqrt{(35\,\text{m})^2-(14\,\text{m})^2}\approx 32.08\,\text{m}$

$x=2\cdot 32.08\,\text{m}\approx 64.16\,\text{m}$

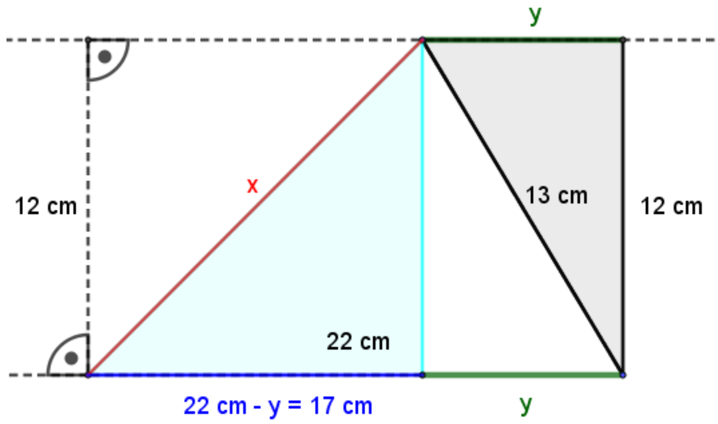


11. Berechne x.

$y=\sqrt{(13\,\text{cm})^2-(12\,\text{cm})^2}=5\,\text{cm}$

$22\,\text{cm}-5\,\text{cm}=17\,\text{cm}$

$x=\sqrt{(17\,\text{cm})^2+(12\,\text{cm})^2}\approx 20.81\,\text{cm}$

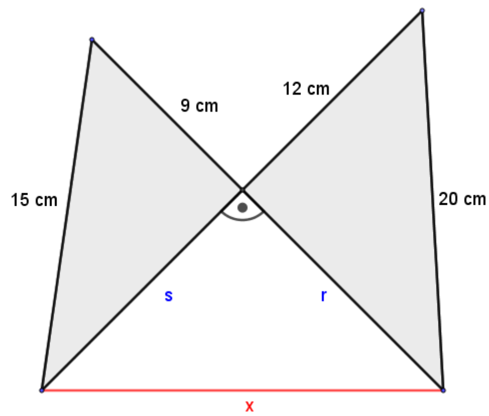


12. Berechne x.

$s=\sqrt{(15\,\text{cm})^2-(9\,\text{cm})^2}=12\,\text{cm}$

$r=\sqrt{(20\,\text{cm})^2-(12\,\text{cm})^2}=16\,\text{cm}$

$x=\sqrt{(12\,\text{cm})^2+(16\,\text{cm})^2}=20\,\text{cm}$



Pythagoras Übungsaufgaben 2.0 – Lösungsvorschlag

2.1. Berechne die fehlenden Werte in der Tabelle. Runde auf zwei Stellen nach dem Komma.

	a (cm)	b (cm)	c (cm)	q (cm)	p (cm)	h (cm)	A (cm^2)
Abb.1	6	**9.43**	**11.18**	8	**3.18 / 3.31**	5	**27.95 / 28.03**

	s (cm)	h (cm)	U (cm)	A (cm^2)
Abb.2	**41**	**35.51**	123	**727.89**
	92.38	80	**277.13**	**3695.04**

Abbildung 1

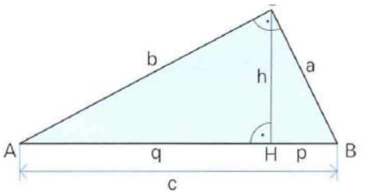
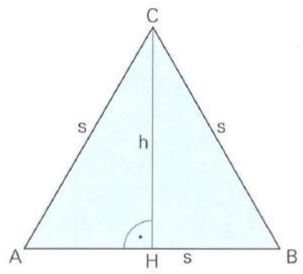


Abbildung 2



Formeln, deren Umformungen ihr im Griff haben müsst:

Abb. 1: rechtwinkliges Dreieck

$$Beziehungen: \quad a^2 = p^2 + h^2 \qquad b^2 = h^2 + q^2 \qquad a^2 + b^2 = c^2 \qquad p + q = c$$

$$A = \frac{a \cdot b}{2} \qquad A = \frac{c \cdot h_c}{2}$$

Abb. 2: gleichseitiges Dreieck

$$Beziehungen: \quad U = 3 \cdot s \qquad h = \frac{s \cdot \sqrt{3}}{2} \qquad A = \frac{s^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$$

2.2. Berechne x und die Fläche des Vierecks ABCD.

Idee: Δ_{ACD} und Δ_{ABC} sind rechtwinklige Dreiecke wegen des Thaleskreises.

$$AC = \sqrt{(80cm)^2 + (39cm)^2} = \sqrt{7'921cm^2} = 89cm$$

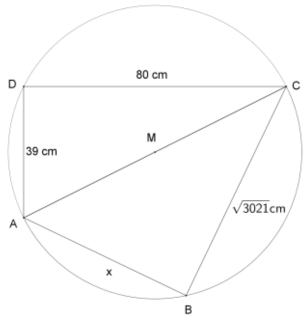
$$x = \sqrt{(89cm)^2 - \left(\sqrt{3'021}\,cm\right)^2} = \sqrt{7'921cm^2 - 3'021cm^2} = \sqrt{4'900cm^2} = 70cm$$

$$Idee: \quad A_{tot} = A_{\triangle ACD} + A_{\triangle ABC}$$

$$A_{\triangle ACD} = \frac{a \cdot b}{2} = \frac{80cm \cdot 39cm}{2} = 1'560cm^2$$

$$A_{\triangle ABC} = \frac{a \cdot b}{2} = \frac{70cm \cdot \sqrt{3'021}\,cm}{2} \approx 1'923.73cm^2 \rightarrow STO$$

$$A_{tot} = 1'560cm^2 + 1'923.73cm^2 \approx 3'483.73cm^2$$



2.3. Ein Quadrat, ein Rechteck und ein gleichseitiges Dreieck haben alle die gleiche Fläche.
Die Diagonale vom Quadrat misst 10 cm.
Berechne:
a) Berechne die Länge der Diagonalen des Rechtecks, wenn die Breite b = 5 cm ist.
b) Berechne den Umfang des Dreiecks.

Die Figuren sind flächengleich!

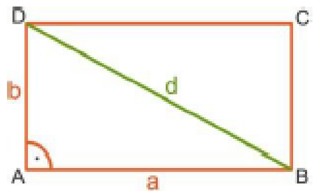
a) Quadrat: $d = s \cdot \sqrt{2} \rightarrow s = \frac{d}{\sqrt{2}} = \frac{10cm}{\sqrt{2}} \approx 7.07cm \rightarrow STO$

$A_Q = s^2 = (7.07cm)^2 = 50cm^2$

oder direkt: $A_Q = \frac{e \cdot f}{2} = \frac{10cm \cdot 10cm}{2} = 50cm^2$

$A_{Reckteck} = a \cdot b \rightarrow a = \frac{A}{b} = \frac{50cm^2}{5cm} = 10cm$

$d_{Rechteck} = \sqrt{l^2 + b^2} = \sqrt{(10cm)^2 + (5cm)^2} \approx 11.18cm$



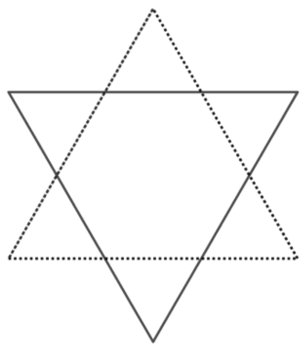
b) $A_{Dreieck} = s^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \rightarrow s = \sqrt{\frac{4 \cdot A}{\sqrt{3}}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 50cm^2}{\sqrt{3}}} \approx 10.75cm \rightarrow STO$

$U_{Dreieck} = 3 \cdot s = 3 \cdot 10.75cm \approx 32.24cm$

2.4. Berechne die Fläche des Sterns, der aus zwei gleichseitigen Dreiecken besteht.
Der Umfang eines Dreiecks misst 54 cm.

Idee:

- *Die Fläche besteht aus einem grossen Δ und drei kleinen Δ*
  oder
- *einem Sechseck und sechs kleinen Δ*
  oder
- *12 kleinen Dreiecken(Lösung unten)*



$s_{gross} = \frac{U}{3} = \frac{54cm}{3} = 18cm$

$s_{klein} = \frac{s_{gross}}{3} = \frac{18cm}{3} = 6cm$

$A = 12 \cdot A_{\Delta_{klein}} = 12 \cdot \frac{s^2\sqrt{3}}{4} = \cancel{12}^{3} \cdot \frac{(6cm)^2\sqrt{3}}{\cancel{4}} \approx 187.06\,cm^2$

2.5. Ein Parallelogramm hat die Eckpunkte A(2/4), B(7/1), C(10/3) und D.
a) Vervollständige das Parallelogramm und gib die Koordinaten von D an.
b) Berechne den Umfang und die Fläche des Parallelogramms.

a) ABCD ist ein Parallelenviereck, d.h. D(5/6).

Idee Umfang: *schräge Linien im Koordinatensystem kann man mit Pythagoras berechnen, AB = CD und BC = AD*

$AB = \sqrt{3^2 + 5^2} \quad = \sqrt{34}$

$BC = \sqrt{3^2 + 2^2} \quad = \sqrt{13}$

$U \quad = 2 \cdot \sqrt{34} + 2 \cdot \sqrt{13} \approx 18.87$ Einheiten

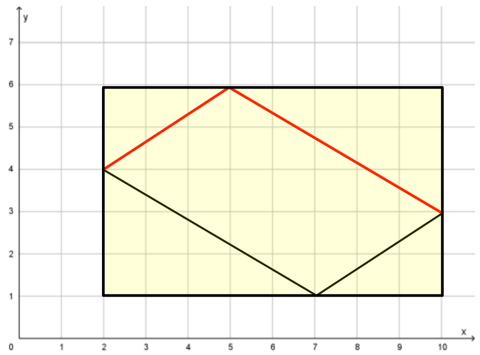
Idee Fläche: *Fläche Rechteck rundherum minus die vier Dreiecke, wobei immer zwei Dreiecke gleich sind*

$A_{Rechteck} = 8 \cdot 5 \quad = 40 FE$

$A_{unten\ links} = \frac{a \cdot b}{2} = \frac{3 \cdot 5}{2} \quad = 7.5 FE$

$A_{unten\ rechts} = \frac{a \cdot b}{2} = \frac{3 \cdot 2}{2} \quad = 3 FE$

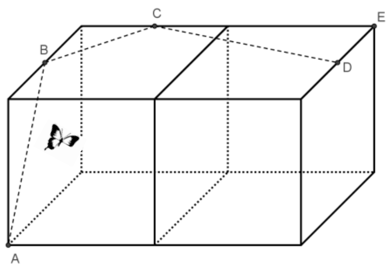
$A_{tot} = 40 FE - 2 \cdot 7.5 FE - 2 \cdot 3 FE \quad = 19 FE$



oder $\quad Pick: \; R = 4 \quad I = 18$

$A = I + \frac{R}{2} - 1 = 18 + \frac{4}{2} - 1 = 20 - 1 = 19$ FE

2.6. Der abgebildete Käfig besteht aus zwei Würfeln, die man aneinander befestigt hat.
Die Kante des Würfels misst 1 m.
Ein verletzter Schmetterling läuft in A los und krabbelt über B, C und D nach E. B, C und D sind Kantenmitten.
Berechne die Länge des Weges in mm.



Idee: AB, BC, CD sind alles Hypotenusen in rechtwinkligen Dreiecken

$AB = \sqrt{(1m)^2 + (0.5m)^2} = \sqrt{1.25m^2}$

$BC = 0.5m \cdot \sqrt{2}$

$CD = \sqrt{(1.5m)^2 + (0.5m)^2} = \sqrt{2.50m^2}$

$DE = 0.5m$

$AE = \sqrt{1.25m^2} + 0.5m \cdot \sqrt{2} + \sqrt{2.50m^2} + 0.5m \approx 3.91m \approx 3906.28mm$

2.7. Berechne die Strecke x in diesem Rechteck.

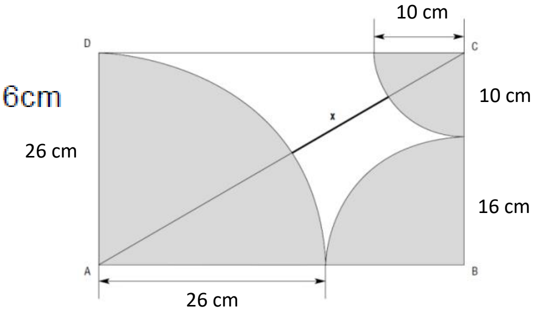
Mit den Kreisradien kann man die Länge und die Breite des Rechtecks berechnen!

AD ist der Radius vom grössten Kreis, also 26 cm.

AD = BC = Radius vom grössten Kreis, also 26 cm.

BC = Radius mittel und Radius klein

→ Radius mittel = BC – Radius klein = 26cm – 10cm = 16cm



$$AC = \sqrt{(42cm)^2 + (26cm)^2} \approx 49.40cm$$

$$x = 49.40cm - 26cm - 10cm \approx 13.40cm$$

2.8. Eine Kugel mit dem Radius 15 cm rollt über den Boden. In einem Loch bleibt sie stecken.
Die Strecke NO misst 25 cm. Berechne, wie tief die Kugel im Loch verschwindet.

$$PN = 25cm : 2 = 12.5cm$$

$$MP = \sqrt{(15cm)^2 - (12.5cm)^2} \approx 8.29\,cm$$

$$x = r - MP = 15cm - 8.29\,cm \approx 6.71cm$$