

Kombinatorik – Übungsaufgaben für Montag, 30.11.2020

1. In einer Klasse hat es 11 Schüler und 7 Schülerinnen.
 - a) Wie viele Dreiergruppen sind möglich?
 - b) Wie viele Fünfergruppen, die nur aus Mädchen bestehen, sind möglich?
 - c) Wie viele Siebenergruppen, die aus 4 Jungs und 3 Mädchen bestehen, sind möglich?

2. Eine Schülervertretung der OS wird nach Bern geschickt. Von den 181 Schülerinnen und Schülern werden 2 ausgewählt.
Wie viele verschiedene 2er-Gruppen sind möglich?

3. Ein Lehrling muss in einer Prüfung 8 von 10 Fragen richtig beantworten. Wie viele Möglichkeiten hat er?

4. Ein Ehepaar hat 13 gute Bekannte. Wie viele Möglichkeiten gibt es, 5 davon zum Essen einzuladen?

5. In einem Zahlenlotto müssen 5 Zahlen aus den Zahlen 1 - 45 vorhergesagt werden.
 - a) Wie viele Möglichkeiten gibt es, fünf Zahlen zu tippen?
 - b) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, alle Zahlen richtig zu haben?

6. Das Kartenspiel WIZARD besteht aus 60 Karten: 13 grüne, 13 blaue, 13 gelbe und 13 rote Karten. Dazu kommen noch 4 Zauberer (Wizards) und 4 Narren.
Harry mischt die Karten mit seinem Zauberstab und Ron zieht eine Karte, die er dann wieder in den Stapel zurücklegt?
 - a) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass die gezogene Karte ein Narr ist?
 - b) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass die gezogene Karte kein Narr ist?
 - c) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass die gezogene Karte rot oder grün ist?

7. Der Lehrer einer Klasse mit 18 Jugendlichen zeichnet ein magisches 18-Eck auf den Pausenplatz und nummeriert die Seiten von 1 bis 18. Er schreibt sich drei Zahlen auf einen Zettel und legt diesen in den Tresor.
Nun hat jede Schülerin und jeder Schüler die Gelegenheit, drei Seitenzahlen aufzuschreiben.
Stimmen die Zahlen mit denen des Lehrers überein, gewinnt der Siegel einen Gutschein im Wert von 10 Franken.
 - a) Wie viele Schülerinnen und Schüler müssten mindestens teilnehmen, damit der Gutschein mit Sicherheit eingelöst werden kann?
 - b) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, den Code zu knacken?
 - c) Charakterisiere den Lehrer mit „mathematischen“ Augen.

1. Man wählt 3 aus 18 aus.

a) $\binom{18}{3} = \frac{18!}{3! \cdot 15!} = 816$ mögliche verschiedene Dreiergruppen

b) $\binom{7}{5} = \frac{7!}{5! \cdot 2!} = 21$ weibliche verschiedene Fünfergruppen

c) 4 Jungs von 11 UND 3 Mädchen von 7. UND bedeutet mathematisch "·".

$$\binom{11}{4} \cdot \binom{7}{3} = \frac{11! \cdot 7!}{4! \cdot 7! \cdot 3! \cdot 4!} = 11'550 \text{ solche Gruppen sind möglich.}$$

2. $\binom{181}{2} = \frac{181!}{2! \cdot 179!} = \frac{181 \cdot 180 \cdot \cancel{179!}}{2! \cdot \cancel{179!}} = \frac{181 \cdot 180}{2!} = 16'290$ mögliche Zweiergruppen

3. $\binom{10}{8} = \frac{10!}{2! \cdot 8!} = 45$ mögliche Lösungsmöglichkeiten

4. $\binom{13}{5} = \frac{13!}{5! \cdot 8!} = 1287$ mögliche Einladungen.

5. a) $\binom{45}{5} = \frac{45!}{5! \cdot 40!} = 1'221'759$ mögliche Fünfergruppen

b) $P(\text{alle richtig}) = \frac{\text{gü}}{\text{mö}} = \frac{1}{1'221'759} = 8.18 \cdot 10^{-7}$ oder $8.18 \cdot 10^{-9} \%$

6. a) $P(\text{Narr}) = \frac{\text{gü}}{\text{mö}} = \frac{4}{60} = \frac{1}{15} \approx 0.07 \approx 6.67\%$

b) $P(\text{kein Narr}) = \frac{\text{gü}}{\text{mö}} = \frac{56}{60} = \frac{14}{15} \approx 0.93 \approx 93.33\%$

c) $P(\text{rot oder grüne}) = \frac{\text{gü}}{\text{mö}} = \frac{26}{60} = \frac{13}{30} \approx 0.43 \approx 43.33\%$

7. a) $\binom{18}{3} = \frac{18!}{3! \cdot 15!} = 816$ Schülerinnen und Schüler müsste die Klasse mindestens haben...

b) $P(\text{Gewinn}) = \frac{\text{gü}}{\text{mö}} = \frac{1}{816} \approx 1.22 \cdot 10^{-3} \approx 1.22 \cdot 10^{-5} \%$

c) Der Lehrer ist geizig, knausrig, ängstlich, kombinatorisch unerfahren, weil der Gutschein im Tresor verfault, vermodert!