Lernkontrolle – Lösungsvorschlag

1. Ein Term lautet $n^2 - n + 41$. Setze für n zuerst 3 und dann 7 ein. Notiere die beiden Resultate. Was für Zahlen sind das?

1. Term: $n^2 - n + 41$

$n = 3 \quad T_3 = 3^2 - 3 + 41 \quad = 9 - 3 + 41 \quad = 6 + 41 \quad = 47$

$n = 7 \quad T_7 = 7^2 - 7 + 41 \quad = 49 - 7 + 41 \quad = 90 - 7 \quad = 83$

47 und 83 sind Primzahlen.

2. Richtig oder falsch? Kreuze an und begründe.

2. Die Aussage ist WAHR, weil 9 und 16 teilerfremd sind.
Die Aussage ist FALSCH, weil 2 auch eine Primzahl und gerade ist.
Die Aussage ist FALSCH, weil 2 und 4 nicht teilerfremd sind.

3. Bestimme alle Teiler von:

a) 108 mit einer selbst gewählten Methode

b) 72 mit der Gittermethode

b)

	72
2	36
2	18
2	9
3	3
3	1

8	24	72
4	12	36
2	6	18
1	3	9

$\cdot 2$ $\uparrow$

$\cdot 3$ $\rightarrow$

3a. $108 = 1 \cdot 108$

$108 = 2 \cdot 54$

$108 = 3 \cdot 36$

$108 = 4 \cdot 26$

$108 = 6 \cdot 18$

$108 = 9 \cdot 12$

$T_{108} = 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 26, 36, 54, 108$

4. Gegeben ist die Zahl 58924725**?** - welche Ziffer(n) kann man für ? einsetzen, damit die Zahl durch

a) 9 b) 8 c) 6 d) 15 ohne Rest teilbar ist?

4a) Quersumme muss durch 9 teilbar sein.

Quersumme ohne die letzte Ziffer = $5 + 8 + 9 + 2 + 4 + 7 + 2 + 5 = 42 = 6$

$6 + 0 = 6$

$6 + 3 = 9$

$6 + 6 = 12$

$6 + 9 = 15$ 0, 3, 6 und 9 sind Lösungen

589247250 589247253 589247256 589247259

4b) Die Zahl, bestehend aus den 3 letzten Ziffern, muss eine Achterzahl sein.

256 ist die einzige Zahl, daher muss die Lösung 6 sein.

589247256

4c) Die Zahl muss eine Zweier- und eine Dreierzahl, also gerade und eine Dreierzahl sein.

Dreierzahl: 0, 3, 6, 9

Zweierzahl: 0, 2, 4, 6, 8

Dreier- und Zweierzahl: 0, 6

589247250 589247256

4d) Die Zahl muss eine Dreier- und eine Fünferzahl sein.

Dreierzahl: 0, 3, 6, 9

Fünferzahl: 0, 5

Dreier- und Fünferzahl: 0

589247250

5. Zeige mit der Teilbarkeitsregel der Zahl sieben **oder** der Zahl 11, dass die Zahl 3079230 durch sieben oder durch elf teilbar ist.

5. Ist 3'079'230 teilbar durch 11?

Die alternierenden Quersummen sind: $3+7+2+0=12$

$$0+9+3 \quad =12$$

$$12-12=0$$

Die Zahl ist durch 11 teilbar.

Ist 3'079'230 teilbar durch 7?

Letzte Ziffer verdoppeln: $2 \cdot 0=0$

Das Resultat von der Restzahl subtrahieren: $307'923-0=307'923$

Letzte Ziffer verdoppeln: $2 \cdot 3=6$

Das Resultat von der Restzahl subtrahieren: $30'792-6=30'786$

Letzte Ziffer verdoppeln: $2 \cdot 6=12$

Das Resultat von der Restzahl subtrahieren: $3'078-12=3'066$

Letzte Ziffer verdoppeln: $2 \cdot 6=12$

Das Resultat von der Restzahl subtrahieren: $306-12=294$

Letzte Ziffer verdoppeln: $2 \cdot 4=8$

Das Resultat von der Restzahl subtrahieren: $29-8=21$

21 ist eine Siebnerzahl, also ist die Zahl durch 7 teilbar.

7. a) Bestimme den ggT(504, 540

504	
2	252
2	126
2	63
3	21
3	7
7	1

540	
2	270
2	135
5	27
3	9
3	3
3	1

ggT(504, 540) = $2^2 \cdot 3^2$ =36

b) Bestimme das kgV(12, 36, 48). Notiere die Primfaktorzerlegung auch hier mit

12	
2	6
2	3
3	1

36	
2	18
2	9
3	3
3	1

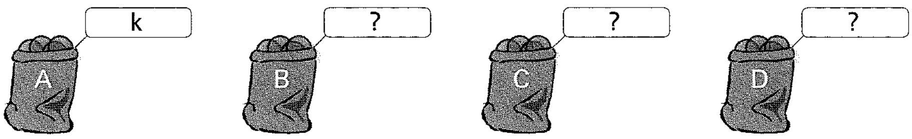
48	
2	24
2	12
3	4
2	2
2	1

kgV(12, 36, 48) = $2^4 \cdot 3^2$ =144

8. Im Sack A hat es 24 Kugeln.

Berechne die Anzahl Kugeln in den anderen Säcken bei folgenden Informationen:

- Im Sack D hat es 1.5-mal so viele Kugeln wie im Sack A.
- Im Sack C hat es zweimal so viele Kugeln wie im Sack D und A zusammen.
- Im Sack B hat es halb so viele Kugeln wie im Sack C.

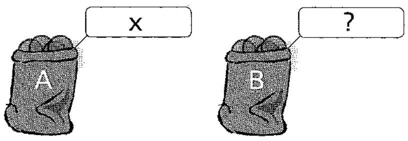


8. Sack D: $1.5 \cdot 24K = 36 Kugeln$

Sack C: $2 \cdot (24K + 36K) = 2 \cdot 50K = 100 Kugeln$

Sack B: $100K : 2 = 50 Kugeln$

9. **Beschreibe** die Anzahl Kugeln mit einem passenden Term.



a) Im Sack B hat es 4 Kugeln weniger als im Sack A.
Term: **x – 4**

b) Im Sack B hat es dreimal so viele Kugeln wie im Sack A.
Term: **3·x oder 3x**

c) Im Sack B hat es 4 Kugeln mehr als das Vierfache von Sack A.
Term: **4 · x + 4**

d) Die Anzahl der Kugeln im Sack B ist das Quadrat der Kugeln von Sack A.
Term: **x^2**

10. **Gib** je zwei natürliche Zahlen für a und b **an**, so dass gilt: $4a + 5b = 100$
«Geschicktes Probieren» führt zu Lösungen.

a = 20 **b = 4** $4 \cdot 20 + 5 \cdot 4 = 80 + 20 = 100$

a = 10 **b = 12** $4 \cdot 10 + 5 \cdot 12 = 40 + 60 = 100$

Andere Lösungen sind möglich.

11. Bei der folgenden Zahl fehlt die letzte Ziffer. 60‘984’07 ?

Welche Ziffern kann man für das „?“ einsetzen, damit die

a) Zahl durch 2 teilbar ist? **0, 2, 4, 6, 8** **Zahl muss gerade sein.**

b) Zahl durch 3 teilbar ist? QS = 34 = 7 7 + **2** = 9 7 + **5** = 12 7 + **8** = 15

c) Zahl durch 9 teilbar ist? QS = 34 = 7 7 + **2** = 9

d) Zahl durch 8 teilbar ist? 072 ist eine Achterzahl, also **2**

e) Zahl durch 11 teilbar ist? 6+9+4+7=26 0+8+0+?=8

26 – 8 = 18 nächste Elferzahl ist 11

also 18 – 7 = 11, also **? = 7**

12. **Richtig oder falsch?**

a) Primzahlen sind immer arme Zahlen.
Das ist RICHTIG. Die Summe der Teiler ergibt immer 1.

b) Es kann Primzahlen geben, die vollkommen sind.
Das ist FALSCH. Die Summe der Teiler ergibt immer 1.

c) 50 ist eine reiche Zahl.
Das ist FALSCH. **1 + 2 + 25 + 5 + 10 = 43**

d) Wenn eine Zahl durch 13 und 7 teilbar ist, dann ist sie auch durch 91 teilbar.
Das ist RICHTIG, weil 13 und 7 teilerfremd sind und 7 · 13 = 91.

f) Quadratzahlen haben immer eine gerade Anzahl Teiler.
Das ist FALSCH. Quadratzahlen haben immer eine ungerade Anzahl Teiler.

g) Der ggT von teilerfremden Zahlen ist das Produkt der beiden Zahlen.
Das ist FALSCH. Der ggT von solchen Zahlen ist 1.

h) Primzahlen haben immer eine ungerade Anzahl Teiler.
Das ist FALSCH. Primzahlen haben immer zwei Teiler. Zwei ist eine gerade Zahl.

i) Ist eine Zahl durch 8 und 10 teilbar, so ist sie auch durch 80 teilbar.
Das ist FALSCH, weil 8 und 10 nicht teilerfremd sind.

13. Gegeben ist folgender Term: $3 \cdot x + x^2 + 99$

Setze nacheinander die Zahlen 0, 7 und 11 in den Term **ein** und **berechne** den Term.

$\mathbf{T_0} = 3 \cdot 0 + 0^2 + 99 = \mathbf{99}$

$\mathbf{T_7} = 3 \cdot 7 + 7^2 + 99 = 21 + 49 + 99 = 70 + 99 = \mathbf{169}$

$\mathbf{T_{11}} = 3 \cdot 11 + 11^2 + 99 = 33 + 121 + 99 = 33 + 220 = \mathbf{253}$

14. a) **Zerlege** die Zahlen 64, 100 und 150 in Primfaktoren mit der T-Methode.

64		100		150	
2	32	2	50	2	75
2	16	2	25	5	15
2	8	5	5	3	5
2	4	5	1	5	1
2	2				
2	1				

b) **Schreibe** die drei Zahlen in Potenzform als Produkt ihrer Primfaktoren.

$\mathbf{64 = 2^6}$ $\mathbf{100 = 2^2 \cdot 5^2}$ $\mathbf{150 = 2 \cdot 3 \cdot 5^2}$

c) **Berechne** das kgV(100, 150) mithilfe der Primfaktoren.

$\mathbf{kgV(100, 150) = 2^2 \cdot 3 \cdot 5^2 = 300}$

d) **Berechne** den ggT(64, 100, 150) mithilfe der Primfaktoren.

$\mathbf{ggT(64, 100, 150) = 2}$